Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu

Nenad Milovanović

# DOPRINOS ŠTARKOVOG ŠIRENJA INTERPRETACIJI SPEKTARA CP ZVEZDA

magistarska teza

Beograd 2001

Mojoj Veri

U magistarskom radu su dati rezultati analize doprinosa Štarkovog širenja spektralnih linija kod raznih pojava u spektrima CP (chemically peculiar) zvezda, tj. zvezda sa anomalnom zastupljenošću težih elemenata.

Rad se sastoji iz dva dela. U prvom delu su date teorijske osnove nastanka širenja spektralnih linija. Pored raznih mehanizama širenja spektralnih linija (prirodno, Doplerovo, Van der Valsovo) posebno je obrađeno Štarkovo širenje. U teorijskom pristupu Štarkovom širenju data je semiempirijska teorija Grima i modifikovani semiempirijski (MSE) metod Dimitrijevića i Konjevića. MSE metod se koristi kao osnova za kasnije proračune u radu. Da bi mogli izvršiti MSE proračun neophodno je dobiti atomske parametre posmatranog jona ili atoma. U radu su dati svi postupci za dobijanje ovih atomskih parametara u slučaju Rasel-Saundersove sprege (LS sprega). Sledeća glava u prvom delu rada predstavlja kratak pregled karakteristika spektara CP zvezda. Kod ovih zvezda posebno je obrađena grupa tzv. HgMn zvezda tj.  $\chi$  Lupi zvezda.

Drugi deo rada predstavlja rezultate proračuna Štarkove širine spektralnih linija jednom i dva puta naelektrisanog jona cirkonijuma (Zr II i Zr III) i dva puta naelektrisanog jona kadmijuma (Cd III). Proračun je izveden pomoću MSE metoda. Posebna pažnja je posvećena tzv. "cirkonijumskom konfliktu" kod  $\chi$  Lupi zvezde. Ovaj efekat je zapažen tako što se zastupljenost cirkonijuma dobijena iz slabih linija Zr II (optički deo spektra) razlikuje od zastupljenosti cirkonijuma dobijene iz jakih linija Zr III (UV deo spektra) kod  $\chi$  Lupi zvezde. Na kraju rada je pokazan uticaj Štarkove širine spektralne linije u odnosu na Doplerovu širinu za razne modele zvezdanih atmosfera.

Posebno bih želeo da se zahvalim Dr Milanu S. Dimitrijeviću, direktoru Astronomske opservatorije u Beogradu, mom mentoru, koji mi je nesebično pomogao u pisanju ovog rada. Naravno, ovaj rad ne bi bio potpun bez pomoći Dr Luke. Č. Popovića, naučnog savetnika sa Astronomske opservatorije. Takođe bih hteo da se zahvalim Dr Ištvanu Vinceu, naučnom savetniku sa Astronomske opservatorije i Dr Olgi Atanacković–Vukmanović, docentu Matamatičkog fakulteta, koji su pregledali ovaj rad i dali korisne sugestije. Zahvalio bih se svim kolegama i prijateljima sa Astronomske opservatorije i sa Katedre za astronomiju Matematičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu na podršci.

> Nenad Despot Milovanović u Beogradu, oktobra 2001. godine

# SADRŽAJ

Uvod	1
1.1 Značaj Štarkovog širenja	1
1.2 Zvezde sa anomalnom zastupljenošću težih elemenata	2
Širenie spektralnih linija	3
2.1 Prirodno širenje spektralne linije	4
2.2 Doplerovo širenie spektralne linije	5
2.3 Širenje usled pritiska	6
2.3.1 Rezonantno širenje	6
2.3.2 Van der Valsovo širenje	7
2.3.3 Štarkovo širenje	7
2.4 Fojtova raspodela intenziteta	8
Teorija Štarkovog širenja i pomaka spektralnih linija	11
3.1 Semiempirijska aproksimacija	12
3.1.1 Tačnost Grimove semiempirijske formule	13
3.2 Modifikovana semiempirijska formula	13
3.2.1 Uprošćena modifikovana semiempirijska formula	15
3.2.2 Tačnost modifikovane semiempirijske formule	16
3.2.3 Granice važenja modifikovane semiempirijske formule	16
Proračun atomskih parametara: LS sprega	19
4.1 Spektroskopske oznake i terminologija	19
4.2 Bejts-Damgardov radijalni integral	20
4.3 Faktor linije	21
4.4 Faktor multipleta	21
4.4.1 Prelaz tipa $l_1^k l_2^m - l_1^{k-1} l_2^{m+1}$	22
4.4.2 Koeficijent roditeljskog terma	22
4.4.3 Neki osnovni tipovi prelaza	23
4.5 Jačina spektralne linije i multipleta	23
4.5.1 Jačina spektralne linije	23
4.5.2 Jačina multipleta	24
4.0 Jacina oscilatora i verovatnoca prelaza	20

<ul> <li>5 Zvezde sa anomalnom zastupljenošću težih elemenata</li> <li>5.1 Karakteristike CP zvezda</li> <li>5.2 Klasifikacija CP zvezda</li> <li>5.3 HgMn zvezde</li> </ul>	26 26 28 29
5.3.1 Hemijski sastav kod HgMn zvezda 5.4 Zvezda $\chi$ Lupi 5.4.1 Posmatranja spektra $\chi$ Lupi sa Zemlje 5.4.2 GHRS spektar $\chi$ Lupi	30 31 31 32
<ul> <li>6 Proračun Štarkovih širina i pomaka spektralnih linija</li> <li>6.1 Metod proračuna</li> <li>6.2 Jednom i dva puta naelektrisani jon cirkonijuma</li> <li>6.2.1 Proračun Štarkovih parametara za Zr II i Zr III</li> <li>6.2.2 Rezultati</li> <li>6.2.3 Interpretacija rezultata</li> <li>6.2.4 Cirkonijumski konflikt</li> <li>6.3 Dva puta naelektrisani jon kadmijuma</li> <li>6.3.1 Rezultati</li> <li>6.3.2 Primena rezultata u astrofizičkim istraživanjima</li> </ul>	36 38 39 40 46 48 56 57 73
7 Zaključak	77
Dodatak D1 Vrednosti fizičkih konstanti D2 Faktori konverzije D3 Program za proračun Bejts-Damgardovog radijalnog integrala Literatura	79 79 79 80 83

## Spisak tabela

1.	Računate Doplerove $(w_D)$ i Štarkove $(w_S)$ poluširine kod linije He II $\lambda = 320.3$ nm za temperature $T = 2 \cdot 10^4$ K i $T = 8 \cdot 10^4$ K i elektronske koncentracije $N_e = 10^{21}$ m <sup>-3</sup> i $N_e = 10^{24}$ m <sup>-3</sup> (Wiese 1965)
2.	Zastupljenost hemijskih elemenata u atmosferi Sunca. Vrednosti su date u logaritamskoj skali, $\log X = \log(N/N_{\text{tot}})$ , gde je N broj atoma elementa dok je $N_{\text{tot}}$ ukupan broj atoma svih elemenata (Kurucz 1979)
3.	Zastupljenost hemijskih elemenata u atmosferi $\chi$ Lupi A u odnosu na zastupljenost hemijskih elemenata u atmosferi Sunca $[X] = \log(N/N_{\rm tot}) - \log(N/N_{\rm tot})_{\rm sun}$ (Wahlgren et al. 1994) 31
4.	Zastupljenost atoma i jona kod $\chi$ Lupi u odnosu na Sunce; [X]=log $(N/N_{tot}) - log(N/N_{tot})_{sun}$ (Leckrone <i>et al.</i> 1999)
5.	Štarkova širina (FWHM) $w$ i pomak $d$ za 30 multipleta Zr III za elektronsku koncentraciju $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ . Vrednost $< \lambda >$ predstavlja usrednjenu talasnu dužinu za multiplet (videti tekst). 41
6.	Logaritmi odnosa Štarkove širine (FWHM) i elektronske koncentracije kao i odgovarajuće vrednosti za pomake u jedinicama rad $s^{-1}$ za temperaturu $T = 10000$ K i parametri $A_0$ i $A_1$ za spektralne linije iz Tabele 5
7.	Štarkove širine (FWHM) za dve astrofizički značajne spektralne linije Zr II i četiri spektralne linije Zr III u UV oblasti spektra. Takođe su dati i parametri $A_0$ , $A_1$ i log $w$ [rad s <sup>-1</sup> ]. Elektronska koncentracija iznosi $N = 10^{23}$ m <sup>-3</sup>
8.	Štarkove širine (FWHM) i pomaci za 3 singleta za prelaze $4d^9$ 5s– $4d^9$ 5p kod Cd III. Elektronska koncentracija iznosi $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$
9.	Štarkove širine (FWHM) i pomaci za 19 tripleta za prelaze $4d^9 5s-4d^9 5p$ kod Cd III. Elektronska koncentracija iznosi $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$
10.	Štarkove širine (FWHM) i pomaci za 9 singleta za prelaze $4d^9$ 5p– $4d^9$ 5d kod Cd III. Elektronska koncentracija iznosi $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ . 61
11.	Štarkove širine (FWHM) i pomaci za 53 tripleta za prelaze $4d^9$ 5p $-4d^9$ 5d kod Cd III. Elektronska koncentracija iznosi $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$
12.	Osnovni podaci o 6 izabranih spektralnih linija Cd III. Relativne vrednosti intenziteta su uzete iz rada Moore (1962), odnosno Van Kleef <i>et al.</i> (1980)

## Spisak slika

1.	Izgled profila spektralne linije (intenzitet $I$ u funkciji talasne dužine $\lambda$ ). Centar spektralne linije se nalazi na talasnoj dužini $\lambda_0$ . Puna širina na polovini intenziteta (1/2 $I_0$ ) je $\gamma = \lambda_2 - \lambda_1$ dok je polu-poluširina linije $w = \gamma/2$
2.	Uticaj električnog polja na liniju He I $\lambda = 438.8$ nm. Porast električnog polja je u pravcu na dole. Spektralna linija se cepa na nekoliko komponenti i sa porastom električnog polja nastaje pomeranje tih komponenti (Foster 1930)
3a.	Konvolucija Gausovog () i Lorencovog profila (· · ·) u Fojtov profil (). Širina linije kod Lorencovog profila je dva puta veća nego kod Gausovog, $w_L = w_G/2$
3b.	Konvolucija Gausovog () i Lorencovog profila $(\cdots)$ u Fojtov profil (). Širina linije kod Lorencovog profila je dva puta manja nego kod Gausovog, $w_G = w_L/2$
4.	Deo spektra zvezde 3 Cen A (a) i $\kappa$ Can (b) (Bidelman 1960). Sa slike se vidi izrazito jaka apsorpciona linija P II kod obe zvezde. Takođe je jaka i linija Mn II kod $\kappa$ Can. Izrazito je jak i dublet Mg II kod obe zvezde koji je dobro razdvojen iako je razmak između dubleta samo 0.02 nm. 27
5.	H-R dijagram CP zvezda (prema Tutukov 1991)
6.	Relativna zastupljenost hemijskih elemenata [X] kod HgMn zvezda u funkciji rednog broja elementa Z, gde je $[X] = \log X_{zvezda} / X_{Sunce}$
7.	UV spektar $\chi$ Lupi snimljen sa GHRS i spektar sa IUE satelita (Leckrone <i>et al.</i> 1993). Rezolucija GHRS spektra je 0.0023 nm dok je maksimalan odnos signal šum S/N=95 (Brandt <i>et al.</i> 1999). Puna linija kod GHRS spektra predstavlja snimljeni spektar dok isprekidana linija predstavlja sintetisan spektar (videti tekst)
8.	Hemijska analiza $\chi$ Lupi za jednom (ispunjeni kružići) i više puta jonizovane atome (prazni kružići) u odnosu na standardnu hemijsku zastupljenost kod Sunca (puna linija - histogram) (prema Leckrone <i>et al.</i> 1999). Na slici su trouglovima obeležene vrednosti za gornje granice zastupljenosti za dati jon
9.	Zavisnost Štarkove poluširine $w$ od temperature $T$ za elektronsku koncentraciju $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ (videti Tabelu 7) za a) Zr II 4d5s5p v <sup>2</sup> D <sup>o</sup> <sub>3/2</sub> - 4d <sup>2</sup> 5s a <sup>2</sup> D <sub>3/2</sub> $\lambda = 193.85 \text{ nm}$ , b) Zr II 4d5s5p v <sup>2</sup> P <sup>o</sup> <sub>5/2</sub> - 4d <sup>2</sup> 5s b <sup>2</sup> G <sub>7/2</sub> $\lambda = 232.47 \text{ nm}$ , c) Zr III 4d <sup>2</sup> <sup>3</sup> P <sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup> P <sup>o</sup> <sub>0</sub> $\lambda = 193.725 \text{ nm}$ , d) Zr III 4d <sup>2</sup> <sup>1</sup> G <sub>4</sub> - 4d5p <sup>1</sup> F <sup>o</sup> <sub>3</sub> $\lambda = 194.023 \text{ nm}$ , e) Zr III 4d <sup>2</sup> <sup>3</sup> P <sub>2</sub> - 4d5p <sup>3</sup> P <sup>o</sup> <sub>2</sub> $\lambda = 194.105 \text{ nm}$ i f) Zr III 4d <sup>2</sup> <sup>3</sup> P <sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup> P <sup>o</sup> <sub>1</sub> $\lambda = 194.657 \text{ nm}$
10.	Kurucov model zvezdane atmosfere za $T_{eff} = 10500$ K, $\log g = 4.0$ i $V_t = 0.0$ km s <sup>-1</sup> . Na slici je prikazana zavisnost elektronske koncentracije $N_e$ i temperature $T$ od logaritama optičke dubine $\log \tau$ na talasnoj dužini od 500 nm

## 1 Uvod

Jedina informacija koja nam dolazi sa zvezda predstavlja njihovo zračenje. Proučavanjem ovog zračenja spektroskopskim metodama, možemo se upoznati sa fizičkim karakteristikama zvezda. Jedan od veoma važnih zadataka spektroskopije predstavlja proučavanje i analiza profila spektralnih linija.

Profil spektralne linije predstavlja određenu raspodelu intenziteta ili fluksa zračenja po učestanosti  $\nu$  ili talasnoj dužini  $\lambda$ . Pošto ne postoji idealno monohromatsko zračenje svaka spektralna linija ima određenu širinu. Pored prirodnog, Doplerovog širenja i drugih mehanizama širenja (npr. gravitacioni uticaj, videti npr. Popović 1999) postoji i širenje spektralne linije usled pritiska nastalog delovanjem konstituenata plazme na emiter. Širenje usled pritiska može biti rezonantno, Van der Valsovo i Štarkovo širenje.

## 1.1 Značaj Štarkovog širenja

Starkovo širenje nastaje usled interakcije između emitera i naelektrisanih čestica. Štarkovo širenje spektralnih linija je dominantan oblik širenja pritiskom kod toplih zvezda kod kojih je  $T_{eff} \ge 10^4$  K, tj. kod zvezda spektralne klase O, B i A i kod belih patuljaka. Međutim, Štarkovo širenje može imati značajan uticaj na spektralne linije i kod zvezda sa hladnijom atmosferom, npr. kod Sunca (videti npr. Vince & Dimitrijević 1985). Štarkovo širenje je dominantno širenje pritiskom i u oblacima molekularnog i jonizovanog međuzvezdanog vodonika, gde zbog male gustine rekombinacijom nastaju atomi i joni sa glavnim kvantnim brojem optičkog elektrona koji može imati vrednost i od više stotina. Optički elektron u ovakvim atomima i jonima slabo je povezan sa jezgrom i podložan uticaju i veoma slabih fluktuirajućih električnih mikropolja. Takav atom se postupno deekscitira prelazima optičkog elektrona na susedne niže nivoe zračeći u radio području tako da je Štarkovo širenje primećeno, na primer, kod radio rekombinacionih linija emisione magline W51 (Lang & Wilson 1978).

Dobijanje parametara Starkovog širenja je od značaja, na primer, za modeliranje zvezdanih atmosfera, određivanje hemijske zastupljenosti elemenata, proučavanje prenosa zračenja kroz zvezdanu plazmu i za proračun neprozračnosti zvezdane plazme. Pored astrofizičkog značaja, parametri Štarkovog širenja se koriste u istraživanju i dijagnostici laboratorijske plazme, ispitivanju i prozvodnji industrijskih lasera, istraživanju termonuklearne fuzije i u drugim oblastima (videti npr. Wiese 1965, Dimitrijević 1999ab). Proračun parametara Štarkovog širenja zahteva poznavanje većeg broja atomskih podataka. Jedan od metoda proračuna predstavlja semiklasični prilaz (Baranger 1958abc, Sahal-Bréchot 1969ab, Griem 1974, Dimitrijević *et al.* 1991). Za teže elemente često ne postoji dovoljan broj atomskih podataka (energetski nivoi, jačine oscilatora itd.) potrebnih za određivanje parametara Štarkovog širenja. U takvim slučajevima može se koristiti modifikovani semiempirijski (MSE) metod (Dimitrijević & Konjević 1980, Dimitrijević & Kršljanin 1986). Beogradska grupa (Milan Dimitrijević, Luka Popović, Dragana Tankosić i Nenad Milovanović) koristi oba ova prilaza za proračun parametara Štarkovog širenja i pomaka spektralnih linija. Intenzivan teorijski i praktičan rad na ovom problemu, kao i broj i kvaltitet objavljenih radova i njihovih citata u domaćim i svetskim naučnim časopisima (Dimitrijević 1990, 1991, 1994, 1997a) daje Beogradskoj grupi sa Astronomske opservatorije značajno mesto u ovoj oblasti (videti na primer Dimitrijević 1996).

### 1.2 Zvezde sa anomalnom zastupljenošću težih elemenata

Kao što smo već napomenuli, Štarkovo širenje je dominantno širenje pritiskom kod toplih zvezda klase O, B i A. Posebnu podklasu ovih zvezda predstavljaju zvezde sa anomalnom zastupljenošću elemenata, CP (Chemically Peculiar) zvezde. Ove zvezde čine 10%–20% ukupnog broja toplih zvezda klasa O, B i A (videti npr. Leckrone *et al.* 1993). Zbog specifičnog hemijskog sastava atmosfere, koji odstupa od tzv. "normalnih" atmosfera, one su prilično interesantne za spektroskopska istaživanja. Naime, spektar ovih zvezda pokazuje jake linije elemenata kojih nema u zvezdama koje se nalaze na glavnom nizu H-R dijagrama, kao na primer jaka linija Hg II  $\lambda = 398.4$  nm (Popović 1994). Pored ove pojave, često ovoj grupi zvezda pripadaju i zvezde sa previše slabim linijama nekih elemenata kao na primer zvezde sa malom zastupljenošću helijuma.

U ovom radu posebnu pažnju ćemo obratiti na ovaj tip zvezda. Spektralne linije jonizovanih teških elemenata, koje se javljaju u spektrima CP zvezda, omogućavaju proučavanje hemijskog sastava ovih zveda. Pošto su to tople zvezde, uticaj Štarkovog širenja je značajan, te je samim tim, proučavanje Štarkovog širenja od interesa.

## 2 Širenje spektralnih linija

Spektralna linija nastaje usled prelaska elektrona sa nekog energetskog nivoa na neki drugi nivo. Elektron može preći sa višeg na niži nivo i tada se izrači jedan kvant energije odnosno dolazi do emisije fotona. Ukoliko elektron prelazi sa nižeg na viši energetski nivo pod dejstvom fotona on apsorbuje kvant energije i tada nastaje apsorpcija. Ukoliko nacrtamo intenzitet zračenja I u zavisnosti od talasne dužine  $\lambda$  tada dobijamo raspodelu  $I(\lambda)$ . Važan parametar profila linije je puna širina na polovini intenziteta (FWHM, Full Width at Half Maximum) odnosno poluširina linije  $\gamma$ , ili polu-poluširina spektralne linije (HWHM, Half Width at Half Maximum)  $w = \gamma/2$  (Slika 1).



**Slika 1.** Izgled profila spektralne linije (intenzitet I u funkciji talasne dužine  $\lambda$ ). Centar spektralne linije se nalazi na talasnoj dužini  $\lambda_0$ . Puna širina na polovini intenziteta (1/2  $I_0$ ) je  $\gamma = \lambda_2 - \lambda_1$  dok je polu-poluširina linije  $w = \gamma/2$ .

Pošto ne postoji idealno monohromatsko zračenje svaka spektralna linija ima neku svoju širinu. Svaka spektralna linija ima prirodno širenje koje nastaje usled kvantnomehaničke uslovljenosti. Širenje spektralne linije može nastati usled kretanja emitera (Doplerovo širenje) ili usled delovanja okolnih konstituenata plazme na emiter (rezonantno, Van der Valsovo i Štarkovo širenje). U ovom radu ćemo razmatrati izolovane spektralne linije, tj. linije kod kojih je širina, a posebno pomak, mali u poređenju sa razmakom između posmatranog energetskog nivoa i odgovarajućih nivoa koji ga perturbuju.

### 2.1 Prirodno širenje spektralne linije

Prirodno širenje spektralne linije je posledica fundamentalne osobine materije koju možemo razmotriti u okviru kvantne mehanike (npr. Unsöld 1968, Thorne 1974, Griem 1997). Naime, prema principu neodređenosti, energija nekog nivoa  $E_k$  je neodređena za  $\Delta E_k \sim \hbar/\Delta t$ , gde je  $\Delta t$  vreme života elektrona na posmatranom energetskom nivou i  $\hbar$  redukovana Plankova konstanta<sup>1</sup>. Koristeći formalizam kvantne mehanike i Furijeovu transformaciju možemo povezati neodređenost energije nivoa i raspodelu intenziteta po ugaonoj učestanosti ( $\omega = 2\pi\nu = 2\pi c/\lambda$ ) pri čemu se dobija

$$I(\omega) = I(\omega_0) \frac{\Gamma_k/2\pi^2}{(\omega - \omega_0)^2 + (\Gamma_k/2)^2},$$

gde je  $I(\omega_0)$  maksimalni intenzitet linije na centralnoj ugaonoj učestanosti  $\omega_0$ . Veličina  $\Gamma_k$  predstavlja zbir verovatnoća prelaza sa nivoa k na sve nivoe sa nižom energijom i data je izrazom  $\Gamma_k = \sum_{j < k} A_{kj}$ , gde je  $A_{kj}$  Ajnštajnova verovatnoća prelaza sa nivoa k na niži nivo j (u s<sup>-1</sup>). Ovakva raspodela intenziteta se zove Lorencov ili disperzioni profil linije.

Ukoliko imamo prelaz elektrona sa gornjeg f na donji nivo i gde oba nivoa imaju dozvoljene prelaze na niže nivoe tada ukupnu verovatnoću prelaza dobijamo kao

$$\Gamma = \sum_{j < i} A_{ij} + \sum_{j < f} A_{fj}.$$

Iz gornjeg izraza lako možemo dobiti izraz za prirodnu polu-poluširinu spektralne linije (videti npr. Popović 1994)

$$w_N[\text{nm}] = 2.65 \cdot 10^{-22} \lambda [\text{nm}]^2 \Big( \sum_{j \ (E_j < E_i)} A_{ij} + \sum_{j \ (E_j < E_f)} A_{fj} \Big).$$

Klasična teorija daje rezultat za polu-poluširinu linije (npr. Milić 1989, Dimitrijević 1998)

$$w_N^{clas} = \frac{2\pi}{3} r_e \approx 0.59 \cdot 10^{-5} \text{nm},$$

gde je  $r_e$  "klasični" radijus elektrona. Vidimo da je širina spektralne linije u klasičnoj teoriji nezavisna od talasne dužine linije.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Osnovne fizičke konstante su date u dodatku D1, dok su faktori konverzije dati u dodatku D2.

Prirodno širenje spektralne linije je obično relativno malo (reda $10^{-5}~\rm nm)$ i može se zanemariti.

## 2.2 Doplerovo širenje spektralne linije

Sa druge strane Doplerovo širenje linije nastaje usled kretanja emitera u prostoru (npr. Unsöld 1968, Mihalas 1978). Ukoliko je reč o termalnom kretanju, u aproksimaciji lokalne termodinamičke ravnoteže (LTR) raspodela brzina je Maksvelova, pa je verovatnoća da se atom nađe u intervalu brzina (v, v + dv)

$$W(v)dv = \frac{1}{\sqrt{\pi}v_0} e^{-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2} dv,$$

gde je  $v_0 = (2kT/m)^{1/2}$ , a *m* masa emitera.

Raspodela intenziteta kod Doplerovog širenja je Gausova kriva

$$I(\Delta \lambda) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta \lambda_D} e^{-\left(\frac{\Delta \lambda}{\Delta \lambda_D}\right)^2},$$

gde je  $\Delta \lambda_D$  data kao

$$\Delta \lambda_D = 4.301 \cdot 10^{-7} \lambda_0 \sqrt{\frac{T[\mathrm{K}]}{M[\mathrm{a.j.m.}]}}.$$

Tada polu-poluširina spektralne linije iznosi (npr. Martin & Wiese 1996)

$$w_D[\text{nm}] = 3.58 \cdot 10^{-7} \lambda [\text{nm}] \sqrt{\frac{T[\text{K}]}{M[\text{a.j.m.}]}},$$
 (1)

gde je M masa emitera u atomskim jedinicama mase, a T temperatura emitera u Kelvinovim stepenima.

♦ **Primer 1.** Za H<sub>β</sub> liniju ( $\lambda = 486.1 \text{ nm}$ ) i temperaturu  $T \approx 5700 \text{ K}$  dobijamo da je  $w_D = 0.0131 \text{ nm}$ .

Iz jednačine (1) vidimo da je polu-poluširina linije direktno proporcionalna temperaturi i talasnoj dužini a obrnuto proporcionalna masi emitera. Znači da će za teže emitere (veći atomski broj) širenje linije usled Doplerovog efekta biti manje dok će za toplije zvezde ono biti izraženije.

Pošto su atmosfere zvezda dinamični sistemi, pored termalnog kretanja emitera postoji turbulentno i delimično uređena kretanja (rotacija, oscilacije, erupcije). Sva tri efekta kretanja emitera treba uzeti u obzir kada se vrši analiza profila spektralne linije.

## 2.3 Širenje usled pritiska

Usled delovanja drugih konstituenata plazme (perturbera) na posmatrani emiter dolazi do širenja i pomaka spektralnih linija (videti, na primer, Griem 1974, 1997, Dimitrijević 1998, Konjević 1999). Širenje i pomak spektralne linije zavise od koncentracije perturbera koji interaguju sa emiterom, brzine kretanja, naelektrisanja itd. U zavisnosti od vrste perturbera razlikujemo:

- rezonantno širenje perturberi su iste vrste kao i emiteri i postoji dozvoljeni prelaz sa gornjeg ili donjeg nivoa na osnovni nivo,
- Van der Valsovo širenje perturberi su nenaelektrisani (neutrali) i
- Štarkovo širenje perturberi su naelektrisani.

Profil spektralne linije kod širenja usled pritiska se, isto kao kod prirodnog širenja, može opisati Lorencovom krivom.

#### 2.3.1 Rezonantno širenje

Rezonantno širenje nastaje kod emitera koji je okružen atomima iste vrste i gde je moguć dipolni prelaz sa gornjeg ili donjeg energetskog nivoa na osnovni nivo. Usled dipol-dipol interakcije dolazi do degeneracije nivoa pri čemu nastaje širenje spektralne linije.

Polu-poluširinu spektralne linije u slučaju rezonantnog širenja možemo dobiti pomoću formule (Ali & Griem 1965, 1966, takođe videti npr. Martin & Wiese 1996, Konjević 1999)

$$w_R \simeq 4.3 \cdot 10^{-30} (g_i/g_k)^{1/2} \lambda^2 \lambda_r f_r N,$$

gde su  $g_i$  i  $g_k$  statističke težine donjeg i gornjeg nivoa,  $\lambda$  talasna dužina,  $f_r$  i  $\lambda_r$  jačina oscilatora i talasna dužina rezonantne linije i N koncentracija perturbera.

Kao što vidimo iz gornje formule, ovo širenje je direktno proporcionalno koncentraciji perturbera te je kod težih elemenata, koji su malo zastupljeni u atmosferama zvezda, rezonantno širenje malo u odnosu na Štarkovo širenje.

Pomeraj spektralne linije usled rezonantnog širenja je zanemarljiv (Konjević 1999).

♦ **Primer 2.** Kod prelaza 1s2p  ${}^{1}P_{1}^{\circ}$  - 1s3d  ${}^{1}D_{2}$  ( $\lambda = 667.815$  nm) neutralnog helijuma možemo dobiti (Martin & Wiese 1996) da je polu-poluširina  $w_{R} = 0.0018$  nm.

#### 2.3.2 Van der Valsovo širenje

Van der Valsovo širenje je posledica interakcije emitera sa neutralima (atomi). Sila koja deluje na emiter opada, u Van der Valsovoj aproksimaciji, kao  $r^6$ . Energijska razlika između dva terma je različita za različita rastojanja od perturbera do emitera te emitovane linije imaju različitu talasnu dužinu. Ako se uzme srednja verovatna vrednost rastojanja između emitera i neutralnog perturbera dobija se proširena spektralna linija, dok je maksimum zračenja pomeren na onu talasnu dužinu koja odgovara najverovatnijem rastojanju između emitera i perturbera.

Van der Valsovu polu-poluširinu linije dobijamo pomoću aproksimativne formule (Griem 1964, takođe videti npr. Konjević 1999)

$$w_V = 4.95 \cdot 10^{-12} \lambda^2 (\overline{\alpha} R^2)^{2/3} (T/\mu)^{3/10} N,$$

gde je  $\lambda$  talasna dužina prelaza, T temperatura,  $\mu$  redukovana masa sistema atomperturber u atomskim jedinicama mase i N koncentracija perturbera. Vrednost  $\overline{\alpha}$ , srednja polarizabilnost atoma, je data u tablicama Allen & Cox (2000). Vrednost  $\overline{\alpha}$ možemo dobiti i pomoću formule

$$\overline{\alpha} = 4.5a_0^3 \left(\frac{3E_H}{4E_{exc}}\right)^2,$$

gde je  $a_0$  vrednost Borovog radijusa (videti dodatak D1),  $E_H$  energija jonizacije vodonika i  $E_{exc}$  energija prvog ekscitovanog nivoa perturbera. Vrednost  $R^2 = R_u^2 - R_l^2$  predstavlja kvadrat matričnog elementa (videti glavu 4) i dobija se kao razlika kvadrata matričnog elementa gornjeg i donjeg nivoa u prelazu.

Van der Valsovo širenje i pomak spektralne linije su izraženiji kod plazmi sa velikom koncentracijom neutrala (manja srednja rastojanja između perturbera i emitera). Zbog toga je kod zvezda kasnijeg tipa (K, G, M) ovaj efekat izraženiji (Fullerton & Cowley 1970, 1971).

Van der Valsovo širenje uzrokuje i crveni pomak spektralne linije koji približno iznosi 2/3 Van der Valsove širine  $w_V$  (Konjević 1999).

♦ **Primer 3.** Za isti prelaz kao u primeru 2. sa neutralnim helijumom kao perturberom dobijamo da je Van der Valsovo širenje  $w_V = 0.0022$  nm (Martin & Wiese 1996).

#### 2.3.3 Starkovo širenje

Starkov efekat, prvi put zapažen 1913. godine od strane nemačkog fizičara Johana Štarka (Johannes Stark, 1874–1957), predstavlja promenu energetskih nivoa atoma usled dejstva električnog polja na emiter. Ovo polje može biti spoljašnje ili unutrašnje. Ukoliko se emiter nalazi u konstantnom električnom polju (na primer spoljašnje električno polje u laboratoriji) tada se spektralna linija pomera i cepa na niz komponenti. Ovo pomeranje i cepanje spektralnih linija je posledica pomeranja i cepanja samih energetskih nivoa emitera. Broj i međusobno rastojanje komponenti raste sa porastom rednog broja linije u spektralnoj seriji i sa porastom električnog polja (Slika 2).



**Slika 2.** Uticaj električnog polja na liniju He I  $\lambda = 438.8$  nm. Porast električnog polja je u pravcu na dole. Spektralna linija se cepa na nekoliko komponenti i sa porastom električnog polja nastaje pomeranje tih komponenti (Foster 1930).

Nehomogeno i nestacionarno unutrašnje električno polje može nastati usled termalnog kretanja naelektrisanih čestica, perturbera, elektrona ili jona, u blizini emitera, perturbovanog atoma ili jona. Bez ove promenljivosti električnog polja, usrednjeno električno mikropolje bi dovelo do cepanja i pomeranja spektralnih linija usled Štarkovog efekta. Umesto cepanja i pomeranja spektralnih linija nehomogenost i nestacionarnost električnog polja dovodi do širenja i pomaka spektralne linije.

U zavisnosti od veze između jačine električnog polja i veličine cepanja energijskih nivoa emitera razlikujemo linearni i kvadratni Štarkov efekat. Kod linearnog Štarkovog efekta pomak energetskog nivoa je linearan sa jačinom električnog polja. Linearan Štarkov efekat je izražen kod vodonika i vodoniku sličnih emitera (kao i kod jako ekcitovanih atoma ili jona). Kod ostalih tipova emitera javlja se kvadratni Štarkov efekat (videti na primer Popović 1994).

## 2.4 Fojtova raspodela intenziteta

U prethodnim poglavljima smo rekli da se profil linije usled termalnog Doplerovog širenja može opisati Gausovom raspodelom  $(I_G)$ . Ovu raspodelu karakterišu spore promene intenziteta u blizini centra linije i brzi pad intenziteta u krilima linije.

Profil linije usled prirodnog širenja i širenja pritiskom u principu se može opisati Lorencovom ili disperzionom raspodelom  $(I_L)$ . Kod ove raspodele imamo brze promene intenziteta oko centra linije dok se intenzitet sporije menja u krilima linije. Pošto pri posmatranju neke linije imamo obe raspodele, rezultujuću raspodelu intenziteta dobijamo kao konvoluciju ove dve raspodele pri čemu dobijamo tzv. Fojtovu raspodelu intenziteta (npr. Milić 1989)

$$I_V(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} I_G(x) I_L(\omega - x) dx.$$

Fojtova raspodela je data jednačinom (videti npr. Unsöld 1968, Popović 1994)

$$I_V(\omega) = \frac{w_L}{w_G \pi^{3/2}} \int \frac{e^{-x^2/w_G^2}}{w_L^2 + (\omega - \omega_0 - x)^2} dx,$$

gde su  $w_L$  i  $w_G$  Lorencova odnosno Gausova širina linije, dok je  $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$ . Ukoliko normiramo gornju jednačinu i uvedemo smenu  $a = w_L/w_G$ ,  $v = (\omega - \omega_0)/w_G$  i  $y = x/\omega_G$  dobijamo

$$V(a, v) = \frac{1}{w_G \pi^{1/2}} H(a, v),$$

gde je H(a, v) dato jednačinom

$$H(a,v) = \frac{a}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-y^2}}{a^2 + (v-y)^2} dy.$$

Ovde je izračunat primer konvolucije Gausovog i Lorencovog profila dat na Slikama 3a i 3b.



**Slika 3a.** Konvolucija Gausovog (- - ) i Lorencovog profila (···) u Fojtov profil (—). Širina linije kod Lorencovog profila je dva puta veća nego kod Gausovog,  $w_L = w_G/2$ .



**Slika 3b.** Konvolucija Gausovog (- - -) i Lorencovog profila (· · ·) u Fojtov profil (—). Širina linije kod Lorencovog profila je dva puta manja nego kod Gausovog,  $w_G = w_L/2$ .

Na Slici 3a vidimo da rezultujući profil (Fojtov) prati Lorencovu raspodelu i da je doprinos Gausovog profila mali, što znači da je veći uticaj širenja usled pritiska u odnosu na Doplerovo širenje. Ukoliko je obrnuti sličaj (Slika 3b) doprinos Lorencovog profila (prirodno i širenje usled pritiska) je veći na krilima linije dok Gausov profil (Doplerovo termalno širenje) daje veći doprinos oko centra linije.

U Tabeli 1 su date računate Doplerove i Starkove poluširine kod linije He II  $\lambda = 320.3$  nm za neke tipične temperature i elektronske koncentracije (Wiese 1965).

**Tabela 1.** Računate Doplerove  $(w_D)$  i Štarkove  $(w_S)$  poluširine kod linije He II  $\lambda = 320.3$  nm za temperature  $T = 2 \cdot 10^4$  K i  $T = 8 \cdot 10^4$  K i elektronske koncentracije  $N_e = 10^{21}$  m<sup>-3</sup> i  $N_e = 10^{24}$  m<sup>-3</sup> (Wiese 1965).

T (K)	$N_e \ ({\rm m}^{-3})$	$w_D \text{ (nm)}$	$w_S \ (nm)$
$2 \cdot 10^4$	$10^{21}$	0.016	0.027
	$10^{24}$	0.016	2.4
$8 \cdot 10^4$	$10^{21}$	0.032	0.029
	$10^{24}$	0.032	3.25

Iz Tabele 1 vidimo da je uticaj Štarkovog širenja veći kod visokih elektronskih koncentracija i temperatura. Doplerovo širenje ne zavisi od elektronske koncentracije. Prirodno širenje može biti značajno kod metastabilnih stanja i kod visokoekcitovanih atoma pa je u ovom slučaju zanemarljivo dok se Van der Valsovo širenje javlja kod velikih koncentracija i u slučaju temperatura i elektronskih koncentracija iz Tabele 1 je zanemarljivo.

## 3 Teorija Štarkovog širenja i pomaka spektralnih linija

U teoriji širenja i pomaka spektralnih linija, u zavisnosti na koji način posmatramo emiter i perturber, postoje tri pristupa:

- kvantnomehanički emiter i perturber se posmatraju kao jedan kvantnomehanički sistem,
- semiklasični emiter se posmatra kao kvantni sistem dok se perturber posmatra klasično i
- klasični emiter se posmatra kao oscilator koji menja fazu pri sudaru sa perturberom.

Klasični prisup u sudarnoj aproksimaciji daje rezultate za širinu i pomak linije sa greškom do na red veličine kod lakših elemenata.

Za tačniji proračun parametara Starkovog širenja i pomaka koristi se kvantnomehanička (Baranger 1958abc, Kolb & Griem 1958, Griem 1974, Dimitrijević *et al.* 1981) ili semiklasična aproksimacija (Sahal-Bréchot 1969ab, videti takođe Dimitrijević *et al.* 1991, Dimitrijević 1997b).

Kod proračuna Štarkovog širenja i pomaka spektralne linije u okviru klasičnog i semiklasičnog metoda najčešće se koriste dve aproksimacije: sudarna i kvazistatička. Ove aproksimacije se koriste jer je kod različitih delova linije različit doprinos pojedinih vrsta interakcija. Centralnom delu linije veći doprinos daju sudari sa brzim naelektrisanim česticama dok kod krila linije dominira interakcija emitera sa sporim naelektrisanim česticama (videti npr. Dimitrijević 1998).

Kod sudarne aproksimacije se pretpostavlja da je efektivno vreme trajanja sudara emitera i perturbera mnogo manje od srednjeg vremena između dva sudara i da se sudari moraju završiti tokom emisije fotona. Ova aproksimacija se koristi za račun centra linije gde najveći doprinos daju brze čestice - elektroni dok se za račun krila linije koristi kvazistatička aproksimacija. Kod ove aproksimacije spora naelektrisanja (perturberi) su joni koji se smatraju nepokretnim, kvazistacionarnim, i tada je vreme sudara između emitera i perturbera veliko u odnosu na vreme bitno za procese širenja linije (npr. Griem 1974).

Kvantnomehanički metod zahteva obimne i komplikovane proračune koje je praktično moguće izvesti samo za pojedine lakše atome i jone i to za samo određene spektralne linije. Semiklasični metod zahteva poznavanje velikog broja atomskih parametara te se u savremenim proučavanjima Štarkovog širenja i pomaka spektralnih linija često koriste jednostavniji metodi, kao na primer:

• semiemprijski (SE) (Griem 1968)u kome se pomoću Beteove aproksimacije (Bethe 1930) povezuju efektivni sudarni preseci i Gaunt faktor koji se zatim određuje empirijski i

• modifikovani semiempirijski metod (MSE) (Dimitrijević & Konjević 1980).

Tačnost ovih metoda je manja nego kod kvantnomehaničkog ili semiklasičnog ali se oni koriste ukoliko dobro ne poznajemo atomske nivoe i ostale atomske parametre pa ne možemo da primenimo složenije metode.

## 3.1 Semiempirijski metod

Semiempirijski metod (Griem 1968) polazi od opšteg izraza za polu-poluširinu linije (Baranger 1958abc)

$$w = \frac{1}{2} N_e \{ v(\sum_{i'} \sigma_{ii'} + \sum_{f'} \sigma_{ff'}) \}_{av} + w_{el},$$
(2)

gde je  $N_e$  koncentracija elektrona,  $\sigma_{ii'}$  i  $\sigma_{ff'}$  su efektivni preseci za neelastične sudarne prelaze i  $w_{el}$  je širina linije prouzrokovana elastičnim sudarima. U okviru semiempirijskog metoda usrednjavanje se vrši po brzinama elektrona v. Ovaj metod uzima relaciju za neelastični efektivni presek (Beteova relacija) u okviru dipolne aproksimacije (Bethe 1930, videti npr. Griem 1968 ili Dimitrijević & Konjević 1980, 1981)

$$\sigma_{jj'} = \frac{8\pi^2}{3^{3/2}} \Lambda^2 R_{jj'}^2 g,$$
(3)

gde je  $\Lambda = \hbar/(m_e v)$  redukovana de Broljeva talasna dužina elektrona,  $R_{jj'}^2$  (u jedinicama kvadrata Borovog radijusa  $a_0^2$ ) je kvadrat matričnog elementa koordinatnog operatora sumiran po svim komponentama operatora, magnetnim podstanjima ukupnog ugaonog momenta J' i usrednjen po magnetnim podstanjima J, dok je g Gauntov faktor (vrednost da upadni (perturbujući) elektron promeni kinetičku energiju sa vrednosti pre, na vrednost posle sudara).

Semiempirijski metod usvaja empirijski efektivni Gaunt faktor koji je definisan (Van Regemorter 1962, Griem 1968, videti na primer i Popović 1994)

$$g_{se}(x) = \begin{cases} 0.2 & \text{za } x \le 2\\ 0.24, 0.33, 0.56, 0.98, 1.33 & \text{za } x = 3, 5, 10, 30, 100. \end{cases}$$
(4)

U formuli (4) vrednost x je definisana kao  $x = E/|\Delta E|$ , gde je E = 3kT/2 energija perturbujućeg elektrona a  $|\Delta E|$  je energetska razlika između perturbujućeg i perturbovanog nivoa.

Na osnovu jednačina (2), (3) i uzimajući da je raspodela elektrona po brzinama Maksvelova dobijamo semiempirijsku formulu za računanje Štarkovog širenja  $w_{se}$ (polu-poluširina - Half Width at Half Maximum - HWHM) i pomaka  $d_{se}$  izolovanih jonskih spektralnih linija (Griem 1968)

$$w_{se} = 8\left(\frac{\pi}{3}\right)^{3/2} \left(\frac{E_H}{kT}\right)^{1/2} N\left[\sum_{i'} R_{ii'}^2 g_{se}\left(\frac{3kT}{2|E_i - E_{i'}|}\right) + \sum_{f'} R_{ff'}^2 g_{se}\left(\frac{3kT}{2|E_f - E_{f'}|}\right)\right]$$
(5)

i

$$d_{se} = 4 \left(\frac{\pi}{3}\right)^{3/2} \left(\frac{E_H}{kT}\right)^{1/2} N \sum_{i'f'} \left[\frac{E_i - E_{i'}}{|E_i - E_{i'}|} R_{ii'}^2 g'_{se} \left(\frac{3kT}{2|E_i - E_{i'}|}\right) - \frac{E_i - E_{f'}}{|E_f - E_{f'}|} R_{ff'}^2 g'_{se} \left(\frac{3kT}{2|E_f - E_{f'}|}\right)\right],$$
(6)

gde je  $g_{se}^\prime$ empirijski Gaunt faktor za pomeraj definisan kao

$$g_{se}'(x) = \begin{cases} 0.2 & \text{za } x \leq 1 \\ 0.25, 0.41, 0.51, 0.61, 0.78, 0.84, 0.87 & \text{za } x = 2, 4, 6, 10, 20, 40, 100 \\ 0.87 & \text{za } x \geq 100 \end{cases}$$

U jednačinama (5) i (6)  $R_{jj'}^2$ , j = i, f predstavlja kvadratni matrični element. Za detaljnije objašnjenje atomskih matričnih elemenata pogledati poglavlje 4.

#### 3.1.1 Tačnost Grimove semiempirijske formule

Analizirajući rezultate (Griem 1974) dobijene Grimovom semiempirijskom formulom (jednačine (5) i (6)) za jedanput jonizovane emitere Be II, C II, N II, Mg II, Si II, S II, Cl II, Ar II i Ca II i upoređujući sa eksperimentalnim podacima dobijamo grešku od  $\pm 50\%$ . Za ovako uvedeni empirijski Gaunt faktor (jednačina (4)) u proračunima za višestruko jonizovane emitere greška bi iznosila i do  $\pm 100\%$  (Griem 1974).

Takođe su uočene (Hey 1976ab, Dimitrijević & Konjević 1978) sistematski manje teorijske vrednosti dobijene semiempirijskom formulom Grima u poređenju sa eksperimentalnim podacima u slučaju dvaput i triput jonizovanih emitera.

## 3.2 Modifikovana semiempirijska formula

Grimova semiempirijska formula ima isti Gaunt faktor za sve vrste prelaza i za sva stanja jonizacije i za njen proračun je potreban isti broj podataka kao i za semiklasični proračun, a tačnost je manja. Da bi se otklonili ovi nedostaci Dimitrijević i Konjević (1980) su razvili modifikovanu semiempirijsku formulu (Dimitrijević & Konjević 1980, 1981, 1987, Dimitrijević & Kršljanin 1986, videti takođe Dimitrijević 1988, Kršljanin 1989). Da bi uključili stepen jonizacije emitera za prelaze sa  $\Delta n = 0$  neophodno je uvesti drugačije Gaunt faktore za širinu  $g_{mse}$  (Dimitrijević & Konjević 1980) i pomak linije  $g'_{mse}$  (Dimitrijević & Kršljanin 1986) tako da oni iznose

$$g_{mse}(x) = 0.7 - \frac{1.1}{Z} + g_{se}(x) \tag{9}$$

i

х	$\leq 1$	2	3	5	10	20	40	80	$\geq 100$
$g'_{mse} \ (Z=2)$	0.35	0.40	0.47	0.58	0.70	0.78	0.84	0.86	0.87
$g'_{mse} \ (Z=3)$	0.53	0.54	0.57	0.62	0.70	0.78	0.84	0.86	0.87
$g'_{mse} \ (Z=4)$	0.62	0.62	0.63	0.65	0.70	0.78	0.84	0.86	0.87

Za vrednosti Z > 4 uzimamo

$$g'_{mse}(x) \approx \begin{cases} 0.88 - 1.1/Z + 0.01x/Z & \text{za } x < 100 \\ \sqrt{3}/2 & \text{za } x \ge 100. \end{cases}$$

U slučaju prelaza  $\Delta n \neq 0$  zadržaćemo Grimov semiempirijski Gaunt faktor  $g_{se}$  dok ćemo za prelaze tipa  $\Delta n = 0$  usvojiti modifikovani Gaunt faktor dat formulom (9). Ovo je opravdano u slučaju prelaza  $\Delta n \neq 0$  zbog toga što analiza problema (Bely & Petrini 1970) pokazuje da srednja vrednost Gaunt faktora za razne tipove prelaza u graničnom slučaju  $x \leq 2$  iznosi približno 0.2.

Da bi smanjili broj potrebnih atomskih podataka Dimitrijević i Konjević (1980) su grupisali prelaze sa  $\Delta n \neq 0$  i sabrali njihove doprinose. Za prelaze  $\Delta n = 0$  računamo posebno matrične elemente  $l \rightarrow l-1$  i  $l \rightarrow l+1$ . Tada dobijamo modifikovanu semiempirijsku formulu za poluširinu (Full Width at Half Maximum - FWHM širinu spektralne linije) (Dimitrijević & Konjević 1980)

$$\begin{split} w_{mse} &= N \frac{8\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{m_e}\right)^2 \left(\frac{2m_e}{\pi kT}\right)^{1/2} \frac{\pi}{\sqrt{3}} \\ & \left[ R_{l_i,l_i+1}^2 g_{mse} \left(\frac{3kT}{2|E_{l_i} - E_{l_i+1}|}\right) + R_{l_i,l_i-1}^2 g_{mse} \left(\frac{3kT}{2|E_{l_i} - E_{l_i-1}|}\right) + \right. \\ & \left. R_{l_f,l_f+1}^2 g_{mse} \left(\frac{3kT}{2|E_{l_f} - E_{l_f+1}|}\right) + R_{l_f,l_f-1}^2 g_{mse} \left(\frac{3kT}{2|E_{l_f} - E_{l_f-1}|}\right) + \right. \\ & \left. \sum_{i'} (R_{ii'}^2)_{\Delta n \neq 0} g_{se} \left(\frac{3kTn_i^{*3}}{4Z^2E_H}\right) + \left. \sum_{f'} (R_{ff'}^2)_{\Delta n \neq 0} g_{se} \left(\frac{3kTn_f^{*3}}{4Z^2E_H}\right) \right], \end{split}$$
(10)

gde je suma matričnog elementa u Kulonovoj aproksimaciji data (Dimitrijević & Konjević 1980)

$$\sum_{j'} (R_{jj'}^2)_{\Delta n \neq 0} = \left(\frac{3n_j^*}{2Z}\right)^2 \frac{1}{9} (n_j^{*2} + 3l_j^2 + 3l_j + 11), \quad j = i, f.$$
(11)

Modifikovana semiempirijska formula za pomak spektralne linije je (Dimitrijević & Kršljanin 1986, videti takođe Kršljanin 1989)

$$d_{mse} = N \frac{4\pi}{3} \left(\frac{\hbar}{m_e}\right)^2 \left(\frac{2m_e}{\pi kT}\right)^{1/2} \frac{\pi}{\sqrt{3}} \\ \left[ R_{l_i,l_i+1}^2 g'_{mse} \left(\frac{3kT}{2|E_{l_i} - E_{l_i+1}|}\right) - R_{l_i,l_i-1}^2 g'_{mse} \left(\frac{3kT}{2|E_{l_i} - E_{l_i-1}|}\right) - R_{l_f,l_f+1}^2 g'_{mse} \left(\frac{3kT}{2|E_{l_f} - E_{l_i+f}|}\right) - R_{l_f,l_f-1}^2 g'_{mse} \left(\frac{3kT}{2|E_{l_f} - E_{l_i-f}|}\right) + \\ \sum_{i'} (R_{ii'}^2)_{\Delta n \neq 0} g'_{se} \left(\frac{3kTn_i^{*3}}{4Z^2E_H}\right) - 2 \sum_{i'(\Delta E_{ii'} < 0)} (R_{ii'}^2)_{\Delta n \neq 0} g'_{se} \left(\frac{3kTn_f^{*3}}{2|E_i - E_{i'}|}\right) - \\ \sum_{f'} (R_{ff'}^2)_{\Delta n \neq 0} g'_{se} \left(\frac{3kTn_f^{*3}}{4Z^2E_H}\right) + 2 \sum_{f'(\Delta E_{ff'} < 0)} (R_{ff'}^2)_{\Delta n \neq 0} g'_{se} \left(\frac{3kT}{2|E_f - E_{f'}|}\right) + \\ + \sum_k \delta_k \bigg].$$
(12)

Suma  $\sum_k \delta_k$  nije jednaka nuli samo kada je

$$|E_j - E_{j'}| << \left|\frac{2Z^2 E_H}{n^{*3}}\right|,$$

i tada je

$$\delta_{j'} = \pm \varepsilon_j R_{jj'}^2 \left[ g'_{se} \left( \frac{3kT}{2|E_j - E_{j'}|} \right) \mp g'_{se} \left( \frac{3kTn_j^{*3}}{4Z^2 E_H} \right) \right],$$

gde gornji znak odgovara  $\Delta E_{jj'} < 0$ , a  $\varepsilon_j$  je

$$\varepsilon_j = \begin{cases} +1 & \text{za } j = i \\ -1 & \text{za } j = f. \end{cases}$$

#### 3.2.1 Uprošćena modifikovana semiempirijska formula

Pod određenim uslovima jednačina (10) se može uprostiti (Dimitrijević & Konjević 1987).

Ukoliko je najbliži perturbacioni nivo daleko od posmatranog nivoa (tj.  $x \leq 2$ ) možemo uzeti da je  $g_{se} = 0.2$  (jednačina (4)) odnosno  $g_{mse} = 0.9 - 1.1/Z$  (jednačina (9)). Možemo još pretpostaviti da je  $\varphi^2 = 1$ . Kvadrat Bejts-Damgardovog faktora se obično kreće od 0.8 do 1 za prelaze  $\Delta n = 0$ . Prelaze tipa  $\Delta n \neq 0$ , čiji doprinos totalnoj širini linije ne prelazi 25%, možemo zanemariti što je nadoknađeno pretpostavkom  $\varphi^2 = 1$ . Uz gornje aproksimacije i zamenjujući konstante u formuli (10) dobijamo uprošćenu modifikovanu semiempirijsku formulu (UMSE) za poluširinu (FWHM) spektralne linije

$$w_{umse}[nm] = 2.21576 \cdot 10^{-11} \frac{\lambda^2 [nm] N[m^{-3}]}{T^{1/2}[K]} \left( 0.9 - \frac{1.1}{Z} \right) \sum_{j=i,f} \left(\frac{3n_j^*}{2Z}\right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1).$$

#### 3.2.2 Tačnost modifikovane semiempirijske formule

Tačnost MSE metoda iznosi oko  $\pm 50\%$  (Dimitrijević & Konjević 1980). Naime, u radu Dimitrijevića i Konjevića (1980) upoređene su eksperimentalne i proračunate širine za dva puta naelektrisane jone (36 multipleta kod C III, N III, O III, Si III, S III, Cl III i A III) i tri puta naelektrisane jone (7 multipleta kod C IV, Si IV, S IV i A IV). Dobijena srednja vrednost odnosa merenih i proračunatih Štarkovih širina za dva puta naelektrisane jone je  $1.06\pm0.31$  i  $0.91\pm0.42$  za tri puta naelektrisane jone. Ukoliko koristimo Grimovu semiempirijsku formulu (Griem 1968, jednačina (5)) dobijamo  $1.53\pm0.46$  za dva puta naelektrisane jone i  $1.56\pm0.85$  za tri puta naelektrisane jone.

Takođe je Popović (1994) ispitao 71 multiplet i spektralnu liniju kod jedanput naelektrisanih jona teških elemenata Zn II, As II, Br II, Cd II, Sb II, I II i Bi II. Ovi joni su izabrani jer poseduju različite spektralne strukture tako da se mogu izvući opšti zaključci. Dobijeni srednji odnos merenih i proračunatih širina iznosi  $(w_{exp}/w_{mse})_{Av.} = 1.4 \pm 0.3.$ 

Kod emitera sa složenim spektrom, koji se najbolje opisuje mešanom jK i LS spregom, kao na primer kod Xe II za prelaze 6s-6p, dobija se relativno dobro slaganje merenih i proračunatih Štarkovih širina  $(w_{exp}/w_{mse})_{Av.} = 1.15 \pm 0.5$  (Popović & Dimitrijević 1996a).

Proračuni za pomak spektralne linije obično daju lošije rezultate (npr. Griem 1974, Dimitrijević & Konjević 1981, Dimitrijević & Kršljanin 1986). Na primer, za 47 multipleta Ar II proračunati su u radu Dimitrijevića i Kršljanina (1989) pomaci i upoređeni sa odabranim merenim podacima (Konjević & Wiese 1976, Konjević *et al.* 1984) pri čemu je dobijen srednji odnos merenih i proračunatih pomaka od  $1.26\pm0.34$ .

#### 3.2.3 Granice važenja modifikovane semiempirijske formule

Modifikovana semiempirijska formula važi ukoliko su ispunjena sledeća četiri uslova. Prvi uslov nam govori da linija treba da bude izolovana (videti npr. Sahal-Bréchot 1969a, Dimitrijević & Sahal-Bréchot 1984) tj. da je širina, a posebno pomak, spektralne linije mali u poređenju sa razmakom između perturbovanog i odgovarajućih perturbujućih nivoa. Pretpostavljajući da su  $w_i$  i  $w_f$  odgovarajuće širine nivoa, ovaj uslov možemo predstaviti nejednačinom

$$w_j \le \omega_{jj'}, \qquad (j=i,f),$$

gde je  $\omega_{jj'}$ razmak do odgovarajućih najbližih perturbujućih nivo<br/>a. Ako je

$$\frac{w}{2} \le \omega_{min},$$

gde je w FWHM spektralne linije i  $\omega_{min} = \min(\omega_{ii'}, \omega_{ff'})$ , tada možemo da kažemo da je linija izolovana u centru čak i ako se slabe zabranjene komponente javljaju u krilima spektralne linije. Radi lakše provere ovaj uslov takođe možemo predstaviti (Dimitrijević & Sahal-Bréchot 1984) pomoću nejednačine

$$w[nm] \le 10^{-9} \lambda^2 [nm] \{ E_j [cm^{-1}] - E_{j'} [cm^{-1}] \}.$$

Drugi uslov pretpostavlja da je minimalno rastojanje perturbujućih elektrona od emitera značajno manje nego rastojanje između dva perturbujuća elektrona, tj. da je verovatnoća da su dva ili više elektrona blizu emitera odnosno verovatnoća da dođe do trostrukog ili višestrukog sudara mala. Ovaj uslov možemo kvantitativno predstaviti nejednačinom (videti npr. Griem 1974)

$$N << \frac{4\pi}{3} \left( \frac{m_e < v >}{h(n_i^{*2} - n_f^{*2})} \right)^3,$$

gde je N koncentracija,  $m_e$  masa elektrona, h Plankova konstanta i  $n_i^*$  odnosno  $n_f^*$  efektivni glavni kvantni brojevi za početni i krajnji nivo. Srednja brzina elektrona < v > se može predstaviti formulom

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_e}},$$

a efektivni glavni kvantni broj je definisan relacijom

$$n_j^* = Z \sqrt{\frac{E_H}{I_j - E_j}},\tag{13}$$

gde je  $E_H$  energija jonizacije atoma vodonika,  $I_j$  energija jonizacije emitera,  $E_j$  energija nivoa i Z - 1 naelektrisanje emitera. Vrednost Z za neutrale iznosi Z = 1, za jedanput jonizovane atome Z = 2.

Treći uslov predstavlja uslov važenja sudarne aproksimacije. Ovaj uslov zahteva da je sudarna zapremina  $V \sim \rho_{typ}^3$  pomnožena sa gustinom elektrona N mnogo manja od jedan (Sahal-Bréchot 1969a), tj.

$$\rho_{typ}^3 N \ll 1.$$

U gornjoj nejednačini  $\rho_{typ}$  predstavlja tipično rastojanje između emitera i perturbera i može se odrediti iz procene širine linije

$$w \sim N < v > < \sigma >,$$

gde je  $\langle \sigma \rangle = \sigma_{typ} \sim \pi \rho_{typ}^3$  srednji ukupni presek rasejanja a  $\langle v \rangle$  srednja brzina. Ukoliko imamo Štarkovu širinu spektralne linije iz gornjih formula možemo odrediti  $\rho_{typ}$ . Ukoliko nam je potrebna preciznija vrednost  $\rho_{typ}$ , možemo zanemariti širinu konačnog nivoa (f) i odrediti Štarkovu širinu početnog nivoa (i) pomoću uprošćene modifikovane semiempirijske formule (UMSE, glava 3.2.1), tj. iz formule

$$w_i[\mathrm{nm}] = 2.21576 \cdot 10^{-11} \frac{\lambda^2 [\mathrm{nm}] N[\mathrm{m}^{-3}]}{T^{1/2}[\mathrm{K}]} \left( 0.9 - \frac{1.1}{Z} \right) \sum_{j=i,f} \left( \frac{3n_j^*}{2Z} \right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 - l_j - 1) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right)^2 (n_j^{*2} - l_j^2 -$$

Četvrti uslov je povezan sa idealnošću plazme. Naime, sa povećanjem gustine plazme prečnik Debajeve sfere se smanjuje brže nego što gustina raste tako da broj čestica u Debajevoj sferi opada i plazma postaje neidealna (videti npr. Konjević & Uzelac 1990). Uslov da je plazma idealna možemo proveriti utvrđujući da li je broj perturbera u Debajevoj sferi mnogo veći od jedan, tj. koristeći nejednačinu (Dimitrijević *et al.* 1991)

$$N[\mathrm{m}^{-3}] < 1.9 \cdot 10^{12} T^3.$$

Svi gore spomenuti uslovi moraju biti ispunjena da bi mogli koristiti modifikovanu semiempirijsku formulu.

## 4 Proračun atomskih parametara: LS sprega

Za računanje Bejts-Damgardovog radijalnog integrala  $\varphi_{ll'}$ , faktora multipleta i faktora linije (jednačine (7) i (11)) koji su neophodni u računu sa modifikovanom semiempirijskom formulom koristićemo najprostiji tip sprege kod kompleksnih emitera - LS spregu. Aproksimacija LS sprege (Russel & Saunders 1925, Russell 1936, Condon & Shortley 1953, Shore & Menzel 1968, Condon & Odabaşi 1980) važi kod lakših i težih emitera sa nižim nivoima kod kojih postoje mali relativistički efekti tj. kada su intervali fine strukture mali u poređenju sa razlikom intervala nivoa sa različitim L i S. Kod LS sprege ukupan momenat impulsa elektronskog omotača  $\vec{J}$ se dobija sprezanjem ukupnog orbitalnog ( $\vec{L}$ ) i ukupnog spinskog momenta impulsa ( $\vec{S}$ ) tj.  $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} = \sum \vec{l_i} + \sum \vec{s_i}$ , gde se sumiranje vrši po svim momentima elektrona iz nepopunjenih ljuski.

Ukoliko je elektrostatička interakcija uporediva sa relativističkom (videti npr. Carson 1988) tada se narušava sprega orbitalnog momenta i spina tj. tada se oni slažu pojedinačno u ukupni momenat elektrona j, koji se zatim slažu u ukupni momenat atoma J, odnosno  $\vec{J} = \sum \vec{j_i} = \sum (\vec{l_i} + \vec{s_i})$ . Ovakav tip sprege je jj sprega. Kod težih elemenata se uobičajno sreću različite kombinacije LS i jj sprege (npr. Popović 1999). Pored ove dve pomenute sprege postoje još i mnoge druge kao npr. jK ili LK (videti Sobelman 1996). Takođe, u proračunima matričnih elemenata možemo naići na veoma složene sisteme kao na primer mešanje sprega LS-jK ili LS-LK (Warner 1968, Escalante & Góngora-T. 1990, Góngora-T. & Escalante 1991).

Međutim u našem radu, za računanje parametara Starkovog širenja, radi jednostavnosti, koristili smo čistu LS spregu kod električnog dipola (E1) i Kulonovu aproksimaciju. Sve jednačine su nerelativističke.

## 4.1 Spektroskopske oznake i terminologija

Oznaka nivoa kod LS sprege je data kao

$$nl^k {\binom{2S'+1}{L'_{J'}}}^{2S+1} L_J$$

gde je n glavni kvantni broj elektrona, l orbitalni kvantni broj elektrona, k broj ekvivalentnih elektrona, L orbitalni ugaoni momenat atoma, S spinski ugaoni momenat atoma i J ukupni momenat atoma. Nivo u zagradi je roditeljski term i on predstavlja onaj nivo kod jona u sledećem stepenu jonizacije u koje bi posmatrani

atom ili jon prešao kada bi iz datog nivoa dostigao granicu jonizacije (npr. Martin & Wiese 1996, Allen & Cox 2000).

Kao što smo već rekli, u okviru LS sprege energetski nivoi u atomu se mogu opisati nizom kvantnih brojeva n, l, S, L, J. Sa kvantnim brojevima nlSLJ opisujemo nivo, dok sa kvantnim brojevima nlSL term. Fotoni koji nastaju prelazom između dva nivoa formiraju *spektralnu liniju*, dok sve linije koje nastaju prelazom između dva terma čine *multiplet*. Konfiguracija je opisana kvantnim brojevima nl. Sve prelaze između dve konfiguracije nazivamo *skup prelaza*.

### 4.2 Bejts-Damgardov radijalni integral

U slučaju LS sprege i električnog dipolnog prelaza radijalni integral možemo definisati (Bates & Damgaard 1949, Oertel & Shomo 1967) relacijom

$$\varphi_{ll'}(n_{l>-1}^*, n_{l>}^*, l_{>}) = \frac{2Z}{3n_{l>}^*} |n_{l>}^{*2} - l_{>}^2|^{-1/2}I,$$
(14)

gde je  $l_{>} = \max(l, l')$  veća vrednost orbitalnog kvantnog broja, a  $n_{l>}^*$  i  $n_{l>-1}^*$  efektivni kvantni broj koji odgovara većoj tj. manjoj vrednosti orbitalnog kvantnog broja, redom (videti glavu 3.2.3).

Vrednost I u jednačini (14) za dipolni prelaz između konfiguracija nl i n'l' možemo naći preko integrala (Bates & Damgaard 1949, Oertel & Shomo 1967)

$$I = \int_{0}^{\infty} R(nl)R(n'l')rdr = \frac{2^{n^{*}+n'^{*}}Z^{n^{*}+n'^{*}+1}}{(n^{*})^{n^{*}+1}(n'^{*})^{n'^{*}+1}} [\Gamma(n^{*}+l+1)\Gamma(n^{*}-l)\Gamma(n'^{*}+l'+1)\Gamma(n'^{*}-l')]^{-1/2}.$$

$$k+k' < n^{*}+n'^{*}-1}\sum_{k,k'=0}^{k+k'$$

gde je R(nl) radijalna funkcija elektrona u stanju nl i  $\Gamma$  gama funkcija.

Sumiranje u gornjoj formuli se vrši do vrednosti  $k+k^\prime < n^*+n^{\prime*}-1$ da bi se izbegla divergencija.

Koeficijenti  $a_k$  se računaju rekurzijom za  $a_0 = 1$  po formuli

$$a_k = \frac{n^* a_{k-1}}{2kZ} [l(l+1) - (n^* - k)(n^* - k + 1)].$$
(16)

Iz jednačina (14) i (13) vidimo da Bejts-Damgardov integral  $\varphi_{ll'}$  za određeni atom ili jon zavisi samo od naelektrisanja emitera Z, energije jonizacije  $I_j$  i orbitalnih kvantnih brojeva l i l'. <br/>◇ **Primer 4.** Za prelaz p-d kod Tl II (Z=2,  $I_j$ =164765 cm<sup>-1</sup>) dobijamo vrednosti  $l = 1, l' = 2, l_> = \max(l, l')=2, n_{l_>}^*=2.9739, n_{l_>-1}^*=2.2189$  i  $\varphi_{ll'}=0.6936.$ 

## 4.3 Faktor linije

Za spektralnu liniju nastalu prelazom  ${}^{2S+1}L_J - {}^{2S'+1}L'_{J'}$  kvadrat faktora linije možemo izračunati pomoću 6*j* simbola preko formule (npr. Shore & Menzel 1965)

$$R_{line}^{2} = (2J+1)(2J'+1) \left\{ \begin{array}{cc} S & J & L \\ 1 & L' & J' \end{array} \right\}^{2}.$$
 (17)

Uopštenu vrednost 6*j* simbola dobijamo preko formule (npr. Sobelman 1996)

$$\begin{cases} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_4 & j_5 & j_6 \end{cases} = f(j_1 j_2 j_3) f(j_1 j_5 j_6) f(j_2 j_4 j_6) f(j_3 j_4 j_5) \sum_z G_z,$$
(18)

gde je

$$f(abc) = \left[\frac{(a+b-c)!(a-b+c)!(-a+b+c)!}{(a+b+c+1)!}\right]^{\frac{1}{2}}$$

i

$$G_z = \frac{(-1)^z (z+1)! (j_1+j_2+j_4+j_5-z)! (j_2+j_3+j_5+j_6-z)! (j_1+j_3+j_4+j_6-z)!}{(z-j_1-j_2-j_3)! (z-j_1-j_5-j_6)! (z-j_2-j_4-j_6)! (z-j_3-j_4-j_5)!}$$

Vrednost celog broja z dobijamo iz uslova

$$\max(j_1 + j_2 + j_3; j_1 + j_5 + j_6; j_2 + j_4 + j_6; j_3 + j_4 + j_5)$$
  

$$\leq z \leq$$
  

$$\min(j_1 + j_2 + j_4 + j_5; j_2 + j_3 + j_5 + j_6; j_1 + j_3 + j_4 + j_6)$$

♦ **Primer 5.** Za prelaz 6<br/>p <sup>1</sup>P<sub>1</sub>–6d <sup>1</sup>D<sub>2</sub> kod Tl II za vrednosti S = S' = 0, L = 1, J = 1, L' = 2 <br/>iJ' = 2 dobijamo $R_{line}^2 = 1.$ 

## 4.4 Faktor multipleta

Faktor multipleta zavisi od konfiguracije roditeljskog terma kod kojih se vrši prelaz (npr. Goldberg 1936). U dipolnoj aproksimaciji postoji više tipova prelaza kao na primer Is<sup>2</sup>-Isp ili Il-Il' (videti npr. Shore & Menzel 1965, Popović 1994).

## **4.4.1 Prelaz tipa** $l_1^k l_2^m - l_1^{k-1} l_2^{m+1}$

Pogledajmo opšti prelaz tipa

 $l_1^k(S_kL_k)l_2^m(S_mL_m)SL - l_1^{k-1}(S_{k-1}L_{k-1})l_2^{m+1}(S_{m+1}L_{m+1})SL',$ 

gde su termovi u zagradama roditeljski termovi.

Kvadrat faktora multipleta za ovaj tip prelaza je dat formulom (Dekker 1969)

$$R_{mult}^{2} = k(m+1)(2L+1)(2L'+1)(2L_{k}+1)(2L_{m+1}+1)(2S_{k}+1)(2S_{m+1}+1) \cdot \left[l_{1}^{k-1}|l_{1}^{k}|^{2}[l_{2}^{m}|l_{2}^{m+1}]^{2} \left\{ \begin{array}{cc} S_{k-1} & 0.5 & S_{m} \\ S_{m} & S & S_{m+1} \end{array} \right\}^{2} \left\{ \begin{array}{cc} L_{k} & L_{k-1} & l_{1} \\ L_{m} & L_{m+1} & l_{2} \\ L & L & 1 \end{array} \right\}^{2}.$$
(19)

Poslednji član u gornjoj jednačini predstavlja 9j simbol koji se može dobiti pomoću formule (npr. Sobelman 1996)

$$\begin{cases} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_4 & j_5 & j_6 \\ j_7 & j_8 & j_9 \end{cases} = \sum_x (-1)^{2x} \cdot x \cdot \begin{cases} j_1 & j_2 & j_3 \\ j_6 & j_9 & x \end{cases} \begin{cases} j_5 & j_6 & j_7 \\ j_2 & x & j_8 \end{cases} \begin{cases} j_7 & j_8 & j_9 \\ x & j_1 & j_5 \end{cases},$$

gde sumiramo po x za sve moguće vrednosti za koje 6j simboli nisu nula.

Naravno ovaj tip prelaza ne obuhvata sve moguće slučajeve (Dekker 1969) ali se u proračunima faktora multipleta retko javljaju prelazi koji se ne mogu predstaviti gornjim tipom.

#### 4.4.2 Koeficijent roditeljskog terma

U jednačini (19) sa  $[l^{k-1}|]l^k$ ] smo označili koeficijent roditeljskog terma (cfp, coefficient of fractional parentage) (Racah 1943, videti takođe Shore & Menzel 1965, Sobelman 1996). Ovaj koeficijent zavisi od orbitalnih kvantnih brojeva elektrona i njihovog broja u podljusci (ekvivalentni elektroni). Za prelaze u kojima učestvuju dva ekvivalentna elektrona s<sup>2</sup>, p<sup>2</sup> i d<sup>2</sup> ovaj koeficijent iznosi  $[l|l^2] = \sqrt{2}$  dok se za sve ostale prelaze koeficijent roditeljskog terma mora računati ili uzeti iz tablica. Koeficijenti roditeljskog terma za prelaze u kojima se javljaju ekvivalentni elektroni p<sup>k</sup> i d<sup>k</sup> se mogu naći u tablicama (Shore & Menzel 1965) dok za ekvivalentne elektrone f<sup>k</sup>, g<sup>k</sup> i h<sup>k</sup> treba pogledati Kovanov program<sup>2</sup> za računanje atomskih spektara (Cowan 1981).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> ftp://aphysics.lanl.gov/pub/cowan

#### 4.4.3 Neki osnovni tipovi prelaza

U dipolnoj aproksimaciji postoje razni tipovi prelaza ali se u proračunima najčešće srećemo sa nekoliko osnovnih (videti npr. Rohrlich 1959, Shore & Menzel 1965, Popović 1994). Svi ovi prelazi se lako mogu dobiti iz opšteg prelaza tipa  $l_1^k l_2^m - l_1^{k-1} l_2^{m+1}$ (jednačina (19)).

Za prelaz tipa  $I(L_c)lL - I(L_c)l'L'$  dobijamo (Shore & Menzel 1965) da je

$$R_{mult}^2 = (2L+1)(2L'+1) \left\{ \begin{array}{ccc} L_c & L & l \\ 1 & l' & L' \end{array} \right\}^2,$$

gde su Ikonfiguracija fiksnog elektronskog omotača <br/>i $L_c$ ukupni orbitalni momenat omotača.

♦ **Primer 6.** Kod multipleta 6p(<sup>2</sup>S) <sup>1</sup>P – 6d(<sup>2</sup>S) <sup>1</sup>D kod Tl II (primer 5) za vrednosti  $L_c = 0$ , L = 1, L' = 2, l = 1 i l' = 2 dobijamo  $R_{mult}^2 = 1$ .

Na primer za prela<br/>z $Il^k(S_rL_r)SL$  -  $Il^{k-1}(S_rL_r)l^\prime SL^\prime$ dobijamo (Shore & Menzel 1965)

$$R_{mult}^{2} = k[l^{k}] l^{k-1} (2L+1)(2L'+1) \left\{ \begin{array}{cc} L_{r} & L & l \\ 1 & l' & L' \end{array} \right\}^{2}$$

### 4.5 Jačina spektralne linije i multipleta

Veza između jačine spektralne linije tj. multipleta  $S_{jj'}$  i odgovarajućeg kvadrata matričnog elementa  $R_{jj'}^2$  je

$$S_{jj'} = g_j R_{jj'}^2, (20)$$

gde je g statistička težina. Za spektralnu liniju ona iznosi g = (2J+1) dok za multiplet g = (2S+1)(2L+1) (npr. Allen & Cox 2000).

#### 4.5.1 Jačina spektralne linije

Posmatrajmo dva nivo<br/>a $Il^{2S+1}L_J$ i $Il'^{2S'+1}L'_{J'}$ , gde je sa <br/> Ioznačena konfiguracija fiksnog elektronskog omotača. Tada po pravilima dozvoljenih prelaza (električni dipol E1) (npr. Martin & Wiese 1996)

$$\begin{split} \Delta S &= 0\\ \Delta l &= \pm 1\\ \Delta L &= 0, \pm 1 \text{ (osim } L = 0 \rightarrow L' = 0)\\ \Delta J &= 0, \pm 1 \text{ (osim } J = 0 \rightarrow J' = 0), \end{split}$$

prelaz elektrona između ta dva nivoa formira spektralnu liniju. Jačina linije se dobija kao (npr. Bates & Damgaard 1949, Shore & Menzel 1965)

$$S_{JJ'} = S(line)S(mult)\sigma^2 \tag{21}$$

Vrednosti u jednačini (21) su date formulama

$$S(line) = \frac{R_{line}^2}{2S+1},\tag{22}$$

$$S(mult) = (2S+1)l_{>}(4l_{>}^{2}-1)R_{mult}^{2}$$
(23)

i

$$\sigma^{2} = \left(\frac{3n_{l>}^{*}}{2Z}\right)^{2} |n_{l>}^{*2} - l_{>}^{2}| (4l_{>}^{2} - 1)^{-1} \varphi_{ll'}^{2}.$$
<sup>(24)</sup>

Jačinu linije možemo dobiti zamenjujući jednačine (22), (23) i (24) u jednačinu (21) i tada dobijamo

$$S_{JJ'} = \left(\frac{3n_{l>}^*}{2Z}\right)^2 l_{>} |n_{l>}^{*2} - l_{>}^2 |R_{line}^2 R_{mult}^2 \varphi_{ll'}^2.$$
(24a)

Zamenjujući jednačinu (24<br/>a) u jednačinu (20) $(j\equiv J)$ dobijamo kvadrat matričnog elementa za spektralnu liniju

$$R_{JJ'}^2 = \left(\frac{3n_{l>}^*}{2Z}\right)^2 \frac{l_>}{2J+1} (n_{l>}^{*2} - l_>^2) R_{line}^2 R_{mult}^2 \varphi_{ll'}^2.$$
(24b)

Ova formula je neophodna u proračunima semiempirijske (jednačina (5) i (6)) i modifikovane semiempirijske formule (jednačina (10) i (12)).

Ako imamo vrednosti jačina oscilatora f (teorijske ili eksperimentalne), umesto da matrični element računamo jednačinom (24b) možemo koristiti formulu (Griem 1974, videti takođe Popović 1994)

$$R_{JJJ'}^{2} = \begin{cases} 3\frac{E_{H}}{E_{J'} - E_{J}}f_{J'J} & \text{za } E_{J'} > E_{J} \\ 3\frac{E_{H}}{E_{J} - E_{J'}}\frac{2J' + 1}{2J + 1}f_{JJ'} & \text{za } E_{J'} < E_{J}, \end{cases}$$

gde smo sa  $E_H$  označili energiju jonizacije vodonika, a sa  $E_{J,J'}$  energije nivoa J tj. J'.

#### 4.5.2 Jačina multipleta

Posmatrajmo prela<br/>z $^{2S+1}L\to ^{2S+1}L'.$ Jačinu multipleta možemo dobiti sumiranjem (Menzel & Goldberg 1936, Rohlich 1959, Shore & Menzel 1965) jačine linije po svim J

$$S_{LL'} = \sum_{JJ'} S_{JJ'} = (2S+1)S_{JJ'}.$$
 (24c)

Zamenjujući jednačinu (24<br/>a) u (24c) dobijamo jednačinu za jačinu multipleta <br/>  $(R_{line}=1)$ 

$$S_{LL'} = (2S+1) \left(\frac{3n_{l>}^*}{2Z}\right)^2 l_> |n_{l>}^{*2} - l_>^2 |R_{mult}^2 \varphi_{ll'}^2.$$
(25)

Konačno dobijamo kvadrat matričnog elementa za multiplet

$$R_{LL'}^2 = \frac{S_{LL'}}{(2S+1)(2L+1)} = \left(\frac{3n_{l>}^*}{2Z}\right)^2 \frac{l_>}{2L+1} (n_{l>}^{*2} - l_>^2) R_{mult}^2 \varphi_{ll'}^2.$$
(26)

### 4.6 Jačina oscilatora i verovatnoća prelaza

Pored jačine spektralne linije u teoriji se često koriste jačina oscilatora f i verovatnoća spontanog prelaza A.

Za prelaz sa gornjeg i na donji nivo k važi sledeća relacija (npr. Martin & Wiese 1996) (veličine su u SI sistemu mera)

$$A_{ik} = \frac{2\pi e^2}{m_e c\epsilon_0} \frac{g_k}{g_i \lambda^2} f_{ki} = \frac{16\pi^3}{3h\epsilon_0} \frac{1}{g_i \lambda^3} S_{ik},\tag{27}$$

gde je  $g_{i,k}$  statistička težina spektralne linije za gornji odnosno donji nivo u prelazu.

Ukoliko zamenimo konstante (videti dodatak D1) i koristimo sistem jedinica iz spektroskopije, tada relaciju (27) možemo napisati kao

$$A_{ik} = 6.6702 \cdot 10^{13} \frac{g_k}{g_i \lambda^2} f_{ki} = 2.0261 \cdot 10^{15} \frac{1}{g_i \lambda^3} S_{ik},$$

gde je A u s^-1, f bez dimenzija, S u jedinicama  $a_0 e^2$ i $\lambda$ u nm.

## 5 Zvezde sa anomalnom zastupljenošću težih elemenata

U ovoj glavi daćemo neke osnovne karakteristike zvezda sa anomalnom zastupljenošću hemijskih elemenata (CP zvezde): osnovne karakteristike spektra i klasifikaciju prema spektrima. Na kraju ćemo posebnu pažnju obratiti na spektar jedne od najproučavanijih CP zvezda,  $\chi$  Lupi, koju smo i mi u ovom radu obradili.

## 5.1 Karakteristike CP zvezda

Kao što smo već rekli u uvodu, CP zvezde se razlikuju po različitoj zastupljenosti hemijskih elemenata od zvezda sa "normalnom", Sunčevom zastupljenošću. U Tabeli 2 dajemo zastupljenost elemenata u atmosferi Sunca (Kurucz 1979).

**Tabela 2.** Zastupljenost hemijskih elemenata u atmosferi Sunca. Vrednosti su date u logaritamskoj skali, log  $X = \log(N/N_{tot})$ , gde je N broj atoma elementa dok je  $N_{tot}$  ukupan broj atoma svih elemenata (Kurucz 1979).

Z		$\log X$	Ζ		$\log X$	Z		$\log X$	Ζ		$\log X$	Ζ		$\log X$
1	Η	-0.05	21	$\mathbf{Sc}$	-8.98	41	Nb	-9.75	61	Pm	-20.00	81	Tl	-11.85
2	He	-1.00	22	Ti	-7.31	42	Mo	-10.15	62	$\operatorname{Sm}$	-10.39	82	$\mathbf{Pb}$	-10.18
3	Li	-11.45	23	V	-7.95	43	$\mathrm{Tc}$	-20.00	63	Eu	-11.56	83	Bi	-11.25
4	Be	-10.99	24	$\operatorname{Cr}$	-6.35	44	$\operatorname{Ru}$	-10.48	64	$\operatorname{Gd}$	-10.93	84	Po	-20.00
5	В	-9.25	25	Mn	-6.85	45	$\operatorname{Rh}$	-10.50	65	$\mathrm{Tb}$	-11.60	85	At	-20.00
6	С	-3.48	26	Fe	-4.50	46	$\operatorname{Pd}$	-10.48	66	Dy	-10.94	86	$\operatorname{Rn}$	-20.00
7	Ν	-3.99	27	Co	-7.55	47	Ag	-11.38	67	Ho	-11.50	87	$\mathbf{Fr}$	-20.00
8	Ο	-3.22	28	Ni	-5.77	48	$\operatorname{Cd}$	-10.08	68	$\mathbf{Er}$	-11.29	88	$\operatorname{Ra}$	-20.00
9	F	-7.49	29	$\mathrm{Cu}$	-7.60	49	In	-10.34	69	Tm	-11.62	89	Ac	-20.00
10	Ne	-4.60	30	Zn	-7.63	50	$\operatorname{Sn}$	-10.34	70	Yb	-11.24	90	Th	-11.23
11	Na	-5.81	31	Ga	-9.21	51	$\operatorname{Sb}$	-10.40	71	Lu	-11.21	91	$\mathbf{Pa}$	-20.00
12	Mg	-4.51	32	$\operatorname{Ge}$	-8.73	52	Te	-10.00	72	$\mathbf{H}\mathbf{f}$	-11.40	92	U	-11.45
13	Al	-5.65	33	$\mathbf{As}$	-9.70	53	Ι	-10.60	73	Ta	-11.70	93	Np	-20.00
14	$\operatorname{Si}$	-4.50	34	Se	-8.80	54	Xe	-10.00	74	W	-9.48	94	$\mathbf{Pu}$	-20.00
15	Р	-6.62	35	$\operatorname{Br}$	-9.40	55	$\mathbf{Cs}$	-10.90	75	$\operatorname{Re}$	-11.40	95	$\operatorname{Am}$	-20.00
16	$\mathbf{S}$	-4.84	36	$\operatorname{Kr}$	-8.80	56	$\operatorname{Ba}$	-10.15	76	Os	-11.30	96	$\operatorname{Cm}$	-20.00
17	$\operatorname{Cl}$	-6.40	37	$\operatorname{Rb}$	-9.42	57	La	-10.24	77	Ir	-9.84	97	$\mathbf{B}\mathbf{k}$	-20.00
18	$\operatorname{Ar}$	-5.40	38	$\operatorname{Sr}$	-9.23	58	Ce	-10.41	78	$\operatorname{Pt}$	-10.40	98	$\mathbf{C}\mathbf{f}$	-20.00
19	Κ	-7.00	39	Υ	-10.43	59	$\Pr$	-10.42	79	Au	-11.73	99	$\mathbf{Es}$	-20.00
20	Ca	-5.72	40	$\operatorname{Zr}$	-9.63	60	Nd	-10.23	80	Hg	-9.05			

Kod CP zvezda postoji relativno veliko odstupanje od vrednosti datih u Tabeli 2. Ovo odstupanje se naravno odražava na spektralne linije. Ukoliko nekog elementa ima više onda je odgovarajuća spektralna linija jača i obrnuto. Tako je, na primer, jednu od prvih anomalija u spektru zvezda zapazio Bidelman (1960) u slučaju jona P II i P III. U spektrima 3 Cen A i  $\kappa$  Can primećene su izrazito jake linije ovih elemenata (Bidelman 1960). Iako ove zvezde pripadaju B spektralnom tipu, jake linije jonizovanog fosfora nisu primećene kod drugih zvezda istog spektralnog tipa (Slika 4).



**Slika 4.** Deo spektra zvezde 3 Cen A (a) i  $\kappa$  Can (b) (Bidelman 1960). Sa slike se vidi izrazito jaka apsorpciona linija P II kod obe zvezde. Takođe je jaka i linija Mn II kod  $\kappa$  Can. Izrazito je jak i dublet Mg II kod obe zvezde koji je dobro razdvojen iako je razmak između dubleta samo 0.02 nm.

Zbog prisustva jakih linija težih elemenata spektralna raspodela fluksa zračenja CP zvezda je različita od fluksa zvezda sa glavnog niza sa istim Balmerovim skokom. Zbog toga se efektivna temperatura  $T_{eff}$  i površinska gravitacija  $\log g$  određuju istovremeno sa hemijskom zastupljenošću. Model atmosfere kod CP zvezde se razlikuje od modela atmosfere zvezde sa Sunčevom zastupljenošću hemijskih elemenata (videti npr. Sliku 1 u radu Leone & Manfrè 1996).

Postoji više teorija koje objašnjavaju uzroke tako čudnih spektara kod CP zvezda (Preston 1974) kao npr. nukleosinteza u unutrašnjosti zvezde u kasnoj fazi evolucije, dodavanje hemijskih elemenata od strane supernove i selektivna magnetna akrecija međuzvezdane materije. Međutim teorija difuzije materije u atmosferi pod uticajem pritiska zračenja i gravitacione sile (Michaud 1970, 1981, 1986, Michaud *et al.* 1974) pokazala se kao najuspešnija u objašnjavanju anomalne zastupljenosti. Naime, po ovoj teoriji, pod uticajem difuzije nastaje razdvajanje elemenata po stanjima jonizacije u raznim slojevima atmosfere. Ova teorija je komplikovana i za sada ne uključuje i druge fenomene koji mogu uticati na anomalnu zastupljenost, kao npr. uticaj hidrodinamičkih i magnetnih efekata. Zbog toga je proučavanje spektara CP zvezda od izuzetnog značaja u pokušaju objašnjenja specifičnosti CP zvezda.
# 5.2 Klasifikacija CP zvezda

Klasifikacija CP zvezda je urađena prema njihovim spektrima i efektivnoj temperaturi. Još kod prvih klasifikacija zvezda prema spektralnoj klasi pored oznake klase dodato je slovo 'p' (peculiar), na primer Ap. Ova oznaka znači da se u spektru posmatarne zvezde javljaju neke specifičnosti.

Jedna od ranijih klasifikacija (Preston 1974) daje samo četiri klase CP zvezda na glavnom nizu H-R dijagrama:

• CP1 (Am)

Ove zvezde se nalaze u temperaturskom intervalu od 7000 K – 10000 K. One imaju slabu spektralnu liniju Ca II i/ili Sc II i jake linije težih elemenata (oznaka 'm' - metallic). Zastupljenost ovih teških elemenata nije velika u odnosu na ostale tipove CP zvezda i iznosi od 10 do 100 puta više nego kod Sunca. Ovaj tip zvezda ima mala magnetna polja i skoro sve su pripadnici dvojnog ili višestrukog sistema. Primer pripadnika ove klase je na primer zvezda o Peg .

• CP2 (Ap)

Kod zvezda CP2 tipa javljaju se jake linije Si, Cr, Sr i Eu i retkih zemelja. Hemijska zastupljenost ovih elemenata je neuporedivo veća nego kod zvezda klase CP1 i može iznositi i do  $10^6$  zastupljenosti Sunca. Ove zvezde imaju jaka magnetna polja reda  $10^4$  G i ono varira sa periodom od nekoliko dana do nekoliko stotina dana dok im je brzina rotacije prilično mala. Ove karakteristike su primećene kod svih CP zvezda ovog tipa. Ove zvezde imaju efektivnu temperaturu od 8000 K do 15000 K.

• CP3 (HgMn)

Ovaj tip zvezda se lako prepoznaje u spektru po jakoj liniji Hg II  $\lambda = 398.4$  nm, jakoj liniji Mn II i jakim linijama ostalih težih elemenata. Magnetno polje kod ovih zvezda je veoma slabo dok je brzina rotacije veoma mala. Efektivne temperature ovih zvezda su od 10000 K do 15000 K. Tipični predstavnici ovih zvezda su  $\chi$  Lupi i  $\phi$  Her.

• CP4 (He-w)

Kod ovih zvezda je primećeno da su linije He I slabije nego kod zvezda sa Sunčevom zastupljenošću hemijskih elemenata (He-weak zvezde). Zastupljenost helijuma koja se dobija iz odgovarajućih linija je 10 do 100 puta manja nego kod "normalnih" zvezda. Efektivne temperature ovih zvezda su od 13000 K do 20000 K. Najpoznatija zvezda koja pripada ovoj klasi CP zvezda je  $\alpha$  Boo.

Gornja podela CP zvezda je, naravno, orijentaciona. Danas je otkriveno mnogo klasa novih CP zvezda (videti npr. Tutukov 1991, Popović 1994) posebno iznad i ispod glavnog niza (Slika 5).

Tako su, na primer, otkrivene CP zvezde na glavnom nizu sa slabim linijama helijuma ali sa velikom zastupljenošću izotopa helijuma <sup>3</sup>He. Ove zvezde imaju efektivnu temperaturu od 16000 K do 20000 K. Po temperaturi, iznad ovih zvezda,

nalaze se zvezde bogate helijumom tzv. He-R (He-Rich) zvezde u temperaturnom intervalu 20000 K –30000 K. Pored ovih zvezda, na glavnom nizu se nalaze zvezde bogate silicijumom (Si stars) i hladnije CP zvezde spektralne klase F bogate Y, Zr, La, Nd, tzv. Be-d zvezde.

Od CP zvezda ispod glavnog niza zapaženi su subpatuljci (sd, sub dwarfs) spektralnog tipa O i B. CP subpatuljci sdO su bogati, dok su sdB siromašni helijumom. Od patuljaka, u klasu CP zvezda, spadaju i patuljci sa jakim linijama He II (He dwarfs) i patuljci sa linijama molekula CO (CO dwarfs).



Slika 5. H-R dijagram CP zvezda (prema Tutukov 1991).

Iznad glavnog niza nalaze se CP zvezde bogate barijumom (Ba stars), sumporom i ugljenikom. Takođe se tu nalaze i Volf-Raje zvezde u raznim fazama evolucije bogate azotom (WN), ugljenikom (WC) i kiseonikom (WO zvezde). OBN i OBC zvezde imaju izražene linije azota odnosno ugljenika.

## 5.3 HgMn zvezde

Od svih tipova CP zvezda HgMn (CP3) zvezde su najproučavanije i za njih postoji mnogo spektroskopskih podataka (videti Dworetsky 1993). Posebna pažnja je posvećena dobijanju zastupljenosti hemijskih elemenata iz spektara ovih zvezda. U toku prošle decenije, spektroskopska posmatranja sa visokom rezolucijom dobijena Godarovim spektrografom (GHRS - Goddar High Resolution Spectrograph) na Hablovom teleskopu (HST - Hubble Space Telescope) doprinela su detaljnoj analizi HgMn zvezde  $\chi$  Lupi.

#### 5.3.1 Hemijski sastav HgMn zvezda

U ovom delu prikazaćemo rezultate analize hemijske zastupljenosti kod HgMn zvezda iz preglednog članka Takada-Hidai (1991). U ovom radu su analizirani rezultati 69 HgMn zvezda iz 27 referenci objavljenih u periodu od 1976. godine do 1990. godine.

Grafički prikaz relativne hemijske zastupljenosti 38 elemenata kod 69 HgMn zvezda u odnosu na Sunčevu zastupljenost je dat na Slici 6.



Slika 6. Relativna zastupljenost hemijskih elemenata [X] kod HgMn zvezda u funkciji rednog broja elementa Z, gde je [X]=log X<sub>zvezda</sub>/X<sub>Sunce</sub>.

Ukoliko se pretpostavi da je greška u određivanju relativne zastupljenosti [X] od  $\pm 0.5$ , analiza podataka iz Slike 6 pokazuje da su srednje vrednosti zastupljenosti elementa C, O, Si, S, Ca, V, Cr i Fe kao kod Sunca. Elementi Be, Ga, Y, Pt, Hg, Bi, Xe, Eu, Gd, W i Pb su preko 100 puta više zastupljeni nego u atmosferi Sunca dok su elementi He, N, Mg, Al, Ni i Zn manje zastupljeni nego kod Sunca.

Takođe je interesantna pojava narušavanja zastupljenosti kod susednih elemenata u periodnom sistemu: Cr<Mn<Fe, Fe>Co>Ni, Ni<Cu>Zn<Ga i Sr $\leq$ Y $\geq$ Zr. Ova pojava može pokazati da je anomalna zastupljenost kod CP zvezda povezana i sa procesima difuzije (Cowley & Aikman 1975, videti takođe Takada-Hidai 1991).

## 5.4 Zvezda $\chi$ Lupi

Zvezda  $\chi$  Lupi (HR 5883 = HD 141556) pripada klasi hladnih HgMn (CP3) zvezda i ne poseduje magnetno polje (Mathys & Hubrig 1995). Ona je spektroskopski dvojna zvezda (Paddock 1910) sa periodom revolucije od  $P = 15.^{d}2565 \pm 0.^{d}0002$  (Dworetsky 1972) i vizuelnom magnitudom od  $m_V = 3.^{m}94$ . Primarna zvezda ( $\chi$  Lupi A) spektroskopski pripada klasi B9.5pHgMn sa efektivnom temperaturom  $T_{eff} = 10650$  K, površinskom gravitacijom  $\log g=3.8$ , turbulencijom  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup> i  $v \sin i \simeq 1.0$  km s<sup>-1</sup>. Sekundarna zvezda ( $\chi$  Lupi B) pripada klasi A2 Vm sa efektivnom temperaturom  $T_{eff} = 9200$  K, površinskom gravitacijom  $\log g = 4.2$ , turbulencijom  $V_t = 2.4$ km s<sup>-1</sup> i  $v \sin i \simeq 2.0$  km s<sup>-1</sup> (Leckrone *et al.* 1996).

#### 5.4.1 Posmatranja spektra $\chi$ Lupi sa Zemlje

Zvezda  $\chi$  Lupi je prvi put klasifikovana kao CP zvezda kada je primećena jaka linija Hg II  $\lambda = 398.4$  nm (Bidelman 1962). Posmatranja spektra  $\chi$  Lupi su do pojave GHRS dala dobre rezultate u određivanju hemijske zastupljenosti (videti npr. posmatranja Guthrie 1984, Adelman & Davis Philip 1990). Tako na primer, Wahlgren *et al.* (1994) posmatraju optički spektar zvezde 3.9 metarskim teleskopom Anglo-Australijske opservatorije (AAT) sa rezolucijom ( $R = \lambda/\Delta\lambda$ ) od 42000 i odnosom signal šum (S/N) od 300. Dobijeni podaci predstavljaju do sada najbolje rezultate određivanja hemijske zastupljenosti u optičkom delu spektra. Rezultati određivanja hemijske zastupljenosti primarne zvezde  $\chi$  Lupi A u odnosu na Sunce su dati u Tabeli 3.

**Tabela 3.** Zastupljenost hemijskih elemenata u atmosferi  $\chi$  Lupi A u odnosu na zastupljenost hemijskih elemenata u atmosferi Sunca  $[X] = \log(N/N_{tot}) - \log(N/N_{tot})_{sun}$  (Wahlgren *et al.* 1994).

Elem.	[X]	Elem.	[X]	Elem.	[X]	Elem.	[X]	Elem.	[X]
He I	-0.65	C II	-0.00	ΟI	-0.39	Mg I	-0.04	Mg II	-0.11
Al I	-0.63	Si I	-0.46	Si II	+0.14	ΡII	+0.89	S I	+0.51
S II	+0.45	Ca I	-0.32	Ca II	-1.12	Sc II	-1.36	Ti II	+0.49
V II	-0.11	$\operatorname{Cr}$ I	+0.17	$\operatorname{Cr} I$	+0.17	Mn I	-0.15	Mn II	+0.25
Fe I	+0.20	Fe II	+0.16	Co I	+0.32	Ni II	-0.31	$\mathrm{Sr}~\mathrm{II}$	+2.09
Y II	+1.70	$\operatorname{Zr}$ II	+0.64	Ba II	+1.11	$\Pr{II}$	+2.2	Nd II	+2.0
Eu II	+1.16	$\operatorname{Gd}$ II	+2.0	Dy II	+1.6	Ho II	+2.5	Hg I	+4.8

Iz Tabele 3 vidimo da su elementi lakši od Sc manje zastupljeni nego kod Sunca, osim trijade Si-P-S. Elementi koji pripadaju grupi gvožđa su zastupljeni kao kod Sunca osim Sc koji je manje zastupljen u odnosu na Sunce. Mala zastupljenost Sc i Ca je karakteristična za Am zvezde (Conti 1970). Elementi teži od gvožđa imaju po pravilu veću zastupljenost u odnosu na Sunce. Iz analize optičkog dela spektra  $\chi$  Lupi možemo zaključiti da je hemijski sastav atmosfere sličan sastavu hladnih HgMn zvezda (Adelman 1994).

#### 5.4.2 GHRS spektar $\chi$ Lupi

Godarov spektrograf sa visokom rezolucijom (GHRS, Goddard High Resolution Spectrograph) (Brandt 1991, Brandt *et al.* 1994) koji je bio postavljen na Hablovom satelitskom teleskopu (HST, Hubble Space Telescope) doveo je do revolucije kako u spektroskopskim podacima koje smo dobili tako i u pojavi novih preciznih proračuna atomskih parametara za spektralne linije u UV delu spektra (videti npr. proračun jačine oscilatora kod Pr III relativističkom Hartri-Fok (Hartree-Fock) metodom sa fitom najmanjih kvadrata eksperimentalnih atomskih nivoa u radu Palmeri *et al.* 2000).



Slika 7. UV spektar  $\chi$  Lupi snimljen sa GHRS i spektar sa IUE satelita (Leckrone *et al.* 1993). Rezolucija GHRS spektra je 0.0023 nm dok je maksimalan odnos signal šum S/N=95 (Brandt *et al.* 1999). Puna linija kod GHRS spektra predstavlja snimljeni spektar dok isprekidana linija predstavlja sintetisan spektar (videti tekst).

U periodu od 1990. godine, kada je postao operacionalan, do 1997. godine, kada je skinut sa HST, Godarov spektrograf je snimio UV spektre u domenu talasnih dužina od 115 nm do 320 nm (Brandt *et al.* 1994) mnogih objekata u Vasioni kao na primer 3C 273,  $\alpha$  Orionis,  $\zeta$  Ophiuchi i 10 Lacertae (videti reference u Brandt *et al.* 1999). Jedan od najznačajnijih projekata je bio i snimanje UV spektra  $\chi$  Lupi zvezde.

Spektar ove zvezde je posmatran sa visokom razdvojnom moći od 75000 do 93000 u intervalu talasnih dužina od 124.9 nm do 268.8 nm u UV delu spektra (Brandt *et al.* 1999)<sup>3</sup>. Ilustraciju visoke razdvojne moći GHRS možemo videti na Slici 7, gde je upoređen spektar  $\chi$  Lupi zvezde dobijen sa IUE satelita i sa GHRS (Leckrone *et al.* 1993).

Zbog dobre razdvojne moći, koja može da se poredi samo sa spektrografom Furijeove transformacije (FTS, Fourier Transform Spectrograph), i prisustva teških atoma i jona koje je skoro nemoguće dobiti u laboratoriji, spektar  $\chi$  Lupi dobijen sa GHRS je usvojen kao *standardni spektrografski izvor*. Tako je, na primer, spektar ove zvezde poslužio za precizna proučavanja hiperfine stukture i izotopskih cepanja spektralnih linija kod npr. Tl II (Johansson *et al.* 1996, Leckrone *et al.* 1996).

Flom	7	[ <b>V</b> ]	Flom	7	[ <b>V</b> ]	Flom	7	[ <b>Y</b> ]
Ho I	2 2		Mn I	25		Sh II	51	$ \frac{\left[\Lambda\right]}{1.6} $
	ے ۲	-0.09	MIII I	20	-0.33		51	+1.0
BII	0	$\leq -2.48$		20	+0.07		00 50	+1.0
C II	6	-0.42	Fe I	26	+0.17	Pr II	59	+2.1
N I	7	-1.34	Fe II		+0.13	Nd II	60	+1.99
O I	8	-0.43	Co I	27	< +0.0	Eu II	63	+1.53
Mg I	12	-0.08	Co II		-1.11	Gd II	64	+2.01
Mg II		-0.15	Ni II	28	-0.35	Dy II	66	+1.55
Al I	13	-0.68	Cu II	29	-0.52	Ho II	67	+2.22
Al II		-0.4	Zn II	30	< -4.0	W II	74	< +0.9
Si I	14	-0.50	Ga II	31	+1.4	Re II	75	< +0.50
Si II		+0.10	Ge II	32	< -1.6	Os II	76	+0.6
Si III		+0.1	As I	33	+1.80	Pt I	78	+3.97
P II	15	+0.73	As II		+2.86	Pt II		+4.37
S I	16	-0.51	Sr II	38	+2.02	Pt III		+4.62
S II		+0.41	Y II	39	+1.68	Au II	79	+4.43
Cl I	17	< -1.2	Y III		+2.78	Au III		+4.97
Ca I	20	-0.34	Zr II	40	+0.25	Hg I	80	+4.01
Ca II		-0.34	Zr III		+1.45	Hg II		+5.15
Sc II	21	-1.39	Mo II	42	+0.93	Hg III		+5.7
Ti II	22	+0.51	Ru II	44	+2.26	TIII	81	+3.76
Ti III		+0.51	Rh II	45	+1.7	Pb II	82	$\leq -1.30$
V II	23	-0.17	Pd II	46	+3.3	Pb III		+0.25
Cr I	24	+0.12	Cd II	48	+0.56	Bi II	83	+1.49
Cr II		+0.12	$\operatorname{Sn}$ II	50	< +1.28	Bi III		< +1.0

**Tabela 4.** Zastupljenost atoma i jona kod  $\chi$  Lupi u odnosu na Sunce;  $[X] = \log(N/N_{tot}) - \log(N/N_{tot})_{sun}$  (Leckrone *et al.* 1999).

<sup>3</sup> Spektar  $\chi$  Lupi se može naći na Internetu http://archive.stsci.edu/hst/chi\_lupi

Spektar zvezde  $\chi$  Lupi dobijen GHRS je analiziran više puta tokom poslednje decenije prošlog veka, međutim jedna od najpotpunijih analiza predstavljena je u radu Leckrone *et al.* (1999). Naime, sintetisan je spektar pomoću SYNTHE programa (Kurucz & Avrett 1981) za ATLAS8 model atmosfere (Kurucz 1993) i dobijena je hemijska zastupljenost za 72 jona kod 51 hemijskog elementa. Rezultati hemijske zastupljenosti su dati u Tabeli 4 i grafički su prikazani na Slici 8.



**Slika 8.** Hemijska analiza  $\chi$  Lupi za jednom (ispunjeni kružići) i više puta jonizovane atome (prazni kružići) u odnosu na standardnu hemijsku zastupljenost kod Sunca (puna linija - histogram) (prema Leckrone *et al.* 1999). Na slici su trouglovima obeležene vrednosti za gornje granice zastupljenosti za dati jon.

Sa Slike 8 vidimo da su elementi lakši od Sc (Z=21) u principu manje zastupljeni nego kod Sunca. Ovaj zaključak se može samo pretpostaviti zbog toga što za sada ne postoje hemijske zastupljenosti za viša jonizaciona stanja. Međutim, sa priličnom pouzdanošću možemo zaključiti da su elemnti He, B, C, N, Cl, Co, Ni, Cu i Zn manje zastupljeni nego kod Sunca. Kao što vidimo sa Slike 8 bor (Z=3) je veoma malo zastupljen kod  $\chi$  Lupi što se slaže sa prvim teorijskim proračunima u okviru teorije difuzije (Borsenberger *et al.* 1979), koja pretpostavlja da je bor potpuno oteran radijacionim pritiskom (Leckrone *et al.* 1999). Posebno je interesantna zastupljenost Zn (Z=30). Ovaj element je najmanje zastupljen kod  $\chi$  Lupi iako njegovi susedi, Cu i Ga, imaju približno sličnu zastupljenost kao kod Sunca.

Elementi sa srednjim atomskim težinama, od Ga (Z=31) do Ho (Z=67), su osim Ge (Z=32) više zastupljeni nego kod Sunca za faktor 10 do 100 puta (Leckrone et

*al.* 1999). Paladijum odstupa od ovog pravila i on je najzastupljeniji element izvan grupe tzv. teških elemenata (W-Bi).

Teški elementi, od W (Z=74) do Bi (Z=83), su više zastupljeni nego kod Sunca osim Pb II (Z=82). Sa Slike 8 zapažamo grupu susednih elemenata Pt, Au, Hg i Tl (Z=78-81) koja je najzastupljenija kod ove zvezde sa zastupljenošcu od 10000 do 500000 (slučaj Hg III) puta većom nego kod Sunca. Ovolika zastupljenost samo kod ovih elemenata u atmosferi  $\chi$  Lupi je za sada još uvek misterija (Leckrone *et al.* 1999).

# 6 Proračun Štarkovih širina i pomaka spektralnih linija

U ovom delu rada proračunaćemo Štarkove širine i pomake spektralnih linija jednom i dva puta naelektrisanog jona cirkonijuma (Zr II i Zr III) i dva puta naelektrisanog jona kadmijuma (Cd III). Joni cirkonijuma su izabrani zbog toga što se zastupljenost cirkonijuma dobijena iz spektralnih linija Zr II i iz spektralnih linija Zr III kod  $\chi$  Lupi zvezde razlikuje, što je nazvano "cirkonijumski konflikt". U ovom delu rada analiziraćemo ovaj efekat.

## 6.1 Metod proračuna

Prilikom proračuna Štarkovih širina i pomaka spektralnih linija koristili smo modifikovanu semiempirijsku formulu (videti glavu 3.2 i reference u njoj). Kao što smo već napomenuli ranije, ovu formulu smo koristili zbog toga što ne postoji potpuni set atomskih parametara za razmatrane elemente te nismo mogli da koristimo neki drugi tačniji pristup kao npr. semiklasični. Srednja greška dobijenih Štarkovih parametara iznosi  $\pm$  50% (videti glavu 3.2.2) i za astrofizičke potrebe je u većini slučajeva prihvatljiva. Apsolutnu grešku naših proračuna nismo bili u stanju da odredimo pošto za sada ne postoje eksperimentalni ili drugi teorijski rezultati za date jone.

Da bi izvršili dati proračun prvo je neophodno izabrati odgovarajuće atomske parametre (energetski nivoi, jačine oscilatora, itd.). Članci koji sadrže atomske podatke za posmatrane atome ili jone mogu se naći, na primer, u SCI (Scientific Citation Index) bazi podataka. Takođe možemo proveriti i članke koji su citirani u bazama atomskih parametara na Internetu (npr. Andernach *et al.* 1994). Izdvojimo samo dve najkorišćenije baze atomskih parametara: NIST ASD<sup>4</sup> (National Institute of Standard Atomic Spectra Database, npr. Kelleher *et al.* 1999) i VALD<sup>5</sup> (Vienna Atomic Line Database, npr. Kupka *et al.* 1999, Ryabchikova *et al.* 1999).

Kada su nam dostupni atomski podaci za posmatrani jon onda izaberemo termove za odgovarajući prelaz. Takođe, neophodno je izabrati odgovarajuće perturbacione nivoe za izabrane termove koji će zadovoljavati pravila izbora u slučaju električnog dipola E1. Moguće je izabrati prelaze koji će zadovoljavati pravila izbora za magnetni dipol M2 ili električni kvadrupol E2 ali mi nismo koristili takve prelaze zbog komplikovanosti proračuna i zbog toga što takve linije nisu od značaja za ovde ispitivani problem. Postupak dobijanja širine i pomaka spektralnih linija se sastoji od računa:

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> http://physics.nist.gov/cgi-bin/AtData/main\_asd

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> http://www.astro.univie.at/~vald

- a) efektivnih kvantnih brojeva za svaki nivo (jednačina (13)),
- b) faktora linije odgovarajućeg perturbovanog i perturbujućeg nivoa (videti glavu 4.3),
- c) faktora multipleta odgovarajućeg perturbovanog i perturbujućeg nivoa (videti glavu 4.4),
- d) Bejts-Damgardovog radijalnog integrala (videti glavu 4.2 i dodatak D3) i
- e) širenja i pomaka spektralne linije (videti glavu 3.2, jednačine (10) i (12)).

Za objašnjenje postupka rada sa kompjuterskim programom i unosa ulaznih parametara videti rad Milovanović (1999). Da bismo poboljšali algoritam programa i tačnost proračuna napisali smo potprogram za proračun Bejts-Damgardovog radijalnog integrala prema radovima Bates & Damgaard (1949) i Oertel & Shomo (1967) (videti dodatak D3).

Posle izvršenih proračuna dobijamo Štarkovu širinu (w) i pomak (d) spektralne linije za određenu temperaturu (T) i elektronsku koncentraciju (N). U programima za sintezu spektra (npr. SYNTH, Piskunov 1992) često je neophodno Štarkovu širinu i pomak dati u jedinicama rad s<sup>-1</sup>. Za konverziju Štarkove širine ili pomaka linije date u jedinicama nm u jedinice rad s<sup>-1</sup> koristimo formulu

$$w[\text{rad s}^{-1}] = w[\text{nm}] \ \frac{\nu[\text{rad s}^{-1}]}{\lambda[\text{nm}]},\tag{28}$$

gde je  $\nu$  frekvencija prelaza. Pošto važi da je  $\nu$ [rad s<sup>-1</sup>] =  $2\pi c \cdot 10^{-8}/\lambda$ [nm] tada formulu (28) možemo napisati kao

$$w[\text{rad s}^{-1}] = w[\text{nm}] \frac{2\pi c \cdot 10^{-8}}{\lambda^2[\text{nm}]}.$$

Takođe je pogodno dati parametre za interpolaciju Štarkovih širina,  $A_0$  i  $A_1$ . Ovi parametri se koriste kao ulazni podaci za SYNTH program koji smo mi koristili u našem radu. Oni se dobijaju fitovanjem (npr. metod najmanjih kvadrata) širine spektralne linije w za date temperature  $T_i$ .

Parametri  $A_0$  i  $A_1$  se mogu dobiti iz eksponencijalne funkcije

$$\frac{w[\text{rad s}^{-1}]}{N} = A_0 \cdot T^{A_1},$$
(29)

gde je  $w[rad s^{-1}]$  dobijeno pomoću formule (28), dok N predstavlja elektronsku koncentraciju. Pored ovih parametara, program za sintezu spektra SYNTH, kao ulazni parametar koristi i veličinu log  $w[rad s^{-1}]$  za T = 10000 K koju možemo dobiti iz formule (29).

Ukoliko imamo jednostavniji spektar (videti npr. Zr III dalje u tekstu), Štarkovi parametri različitih spektralnih linija su približno isti u multipletu (Wiese & Konjević 1982, 1992) i tada možemo dobiti usrednjenu energiju za posmatrani term što se radi usrednjavanjem energije nivoa po J u termu, tj.

$$E_L = \frac{\sum (2J+1)E_J}{\sum (2J+1)},$$
(30)

gde je  $E_L$  usrednjena energija terma a  $E_J$  energija nivoa.

Iz formule (30) lako dobijamo Ricovu srednju talasnu dužinu <br/>  $<\lambda>$ za multiplet kao

$$<\lambda>[nm] = \frac{10^7}{|E_{Li}[cm^{-1}] - E_{Lf}[cm^{-1}]|},$$

gde  $E_{Lj}$  (j = i, f) predstavlja energiju terma dobijenu iz formule (30) dok indeksi *i* i *f* predstavljaju gornji odnosno donji term u prelazu.

Ako se talasna dužina  $\lambda$  određene spektralne linije u multipletu razlikuje od srednje talasne dužine  $< \lambda >$  multipleta, tada možemo dobiti Štarkove parametre za tu spektralnu liniju preko formule

$$w_{line}\{d_{line}\} = \left(\frac{\lambda}{\langle\lambda\rangle}\right)^2 \cdot w\{d\},\tag{31}$$

gde vrednosti w, d i  $\langle \lambda \rangle$  odgovaraju multipletu dok se vrednosti  $w_{line}, d_{line}$  i  $\lambda$  odnose na određenu liniju u posmatranom multipletu.

## 6.2 Jednom i dva puta naelektrisani jon cirkonijuma

Atom cirkonijuma (Zr I), sa rednim brojem 40, pripada petoj periodi u periodnom sistemu elemenata i ima elektronsku konfiguraciju  $1s^22s^22p^63s^23p^6 4d^25s^2 {}^{3}F_2$ . Jedanput naelektrisan jon cirkonijuma (Zr II) ima elektronsku konfiguraciju  $4d^25s {}^{4}F_{3/2}$ , potencijal jonizacije od  $E_j = 113175 \text{ cm}^{-1}$  i pripada itrijumovom izoelektronskom nizu, dok dva puta naelektrisani jon cirkonijuma (Zr III) ima konfiguraciju  $4d^2 {}^{2}a^3F_2$ , potencijal jonizacije  $E_j = 186880 \text{ cm}^{-1}$  i pripada stroncijumovom izoelektronskom nizu. Kod Zr II imamo dublete i kvartete dok kod Zr III singlete i triplete.

Spektralne linije jednom i dva puta naelektrisanog jona cirkonijuma su prisutne u HgMn (CP3) zvezdama (Cowley & Aikman 1975, Heacox 1979, Leckrone *et al.* 1993, Leckrone *et al.* 1999, Sikström *et al.* 1999, Popović *et al.* 2001). Sa Slike 7 i iz Tabele 4 možemo videti da su Zr II i Zr III prisutni i u UV spektru zvezde  $\chi$  Lupi (Leckrone *et al.* 1993). Cirkonijum je više zastupljen u atmosferama HgMn zvezda nego kod Sunca (videti Tabelu 4) i pošto pripada trijadi Sr-Y-Zr on je od vitalnog značaja u proučavanju *s* procesa nukleosinteze. Takođe je interesantna pojava da se zastupljenost cirkonijuma određena iz optičkih linija Zr II razlikuje od zastupljenosti određene iz jakih UV linija Zr III. Ova pojava je nazvana "cirkonijumski konflikt" (Leckrone *et al.* 1993, Sikström *et al.* 1999, Popović *et al.* 2001, videti takođe i radove Popović *et al.* 2000, Milovanović *et al.* 2000c).

## 6.2.1 Proračun Štarkovih parametara za Zr II i Zr III

Pošto smo pokazali kako se računaju Starkovi parametri (glava 3) i atomski parametri (glava 4), sada možemo izračunati Štarkove parametre za Zr II i Zr III. Atomski podaci (energetski nivoi i jačine oscilatora) neophodni za proračun su uzeti iz više relevantnih izvora.

Energetski nivoi, neophodni za proračun, su uzeti iz rada Reader & Acquista (1997). Jačine oscilatora su uzete iz radova Charro *et al.* (1999) i Sikström *et al.* (1999) a one kojih tamo nema, izračunate su metodom Bejts-Damgard.

U radu Reader & Acquista (1997) spektar Zr III, dobijen pomoću kliznog varničnog pražnjenja (sliding spark discharges), je posmatran u intervalu talasnih dužina 63 nm do 461 nm pomoću 10.7 metarskog vakuumskog spektrografa (normal-incidence vacuum spectrograph). Dobijene su eksperimentalne vrednosti za skoro sve energetske nivoe za konfiguracije 4d<sup>2</sup>, 4d5s, 5s<sup>2</sup>, 4d5p, 5s5p, 4d5d, 4d6s, 4d6p, 4d4f, 5p<sup>2</sup>, 5s6s, 5s5d, 4d5f, 4d5g i 5s4f kod Zr III i neke vrednosti nivoa za konfiguracije 4d7p i 4d6f. Ovi nivoi su teorijski provereni Hartri-Fok proračunima. Na osnovu vrednosti energetskih nivoa 4d4f, 4d5f i 4d5g konfiguracija, dobijena je nova popravljena vrednost energije jonizacije, od vrednosti u radu Kiess (1956),  $E_j = 186880 \pm 30$  cm<sup>-1</sup>. Ukupno su posmatrane 482 spektralne linije koje su klasifikovane pomoću 139 energetskih nivoa. U njihovom radu su dobijene Ricove talasne dužine sa greškom koja je u granicama od ±0.0005 nm do ±0.0003 nm. Mi smo iz ovog rada uzeli određene elektronske konfiguracije i energetske nivoe za proračun Štarkovih parametara kod Zr III.

Teorijske jačine oscilatora, koje smo mi koristili u proračunima, su uzete iz rada Charro *et al.* (1999). Oni su odredili jačine oscilatora za dozvoljene dipolne prelaze (E1) za slučaj Zr III između nivoa koji pripadaju konfiguracijama 4d<sup>2</sup> i 4d*nl* (n = 4, 5, 6,l = 1, 2, 3). Kao teorijsku osnovu proračuna u aproksimaciji LS sprege kod Zr III koristili su relativistički orbitalni metod sa kvantnim defektom (RQDO, relativistic quantum-defect orbit method). Uzeti su u obzir relativistički efekti zbog toga što su oni značajni kod Zr III (Charro *et al.* 1999). U teorijskim proračunima atomskih parametara Zr III može se primeniti LS sprega zbog toga što su linije u multipletu međusobno izolovane (Redfors 1991, Charro *et al.* 1999). Zbog toga smo mi u našim proračunima Štarkovih parametara računali širine i pomake multipleta kao celine. Za dobijanje Štarkovih parametara spektralnih linija u multipletu možemo koristiti formulu (31). Iz rada Charro *et al.* (1999) mi smo koristili jačine oscilatora za računanje matričnih elementa (videti glavu 4.5.1) za prelaze 4d<sup>2</sup> – 4d5p kod Zr III.

U radu Sikström *et al.* (1999) vremena života nivoa kod Zr II v<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>, v<sup>2</sup>F<sub>3/2</sub> i v<sup>2</sup>F<sub>5/2</sub> u konfiguraciji 4d5s5p su izmerena metodom laserski uzrokovane fluorescencije (laser-inducted fluorescence) a funkcije i odnosi grananja (branching func-

tions and ratios) dobijeni su pomoću spektrografa za Furijeovu transformaciju u ultraljubičastoj oblasti (Ultraviolet Fourier Transform Spectrograph). Iz ovih vrednosti vremena života dobijene su vrednosti jačina oscilatora. Greška ovih jačina oscilatora u radu Sikström *et al.* (1999) iznosi  $\pm 25\%$  za linije sa velikim intenzitetom i ne više od  $\pm 40\%$  za najslabije posmatrane spektralne linije. Iz ovoga rada koristili smo jačine oscilatora za račun dve astrofizički značajne linije (videti tekst dalje) Zr II.

Za sve ostale linije, za koje nismo mogli da pronađemo jačine oscilatora, faktore multipleta smo računali pomoću formule iz glave 4.4.3.

#### 6.2.2 Rezultati

Kod spektra Zr II izračunali smo Štarkove širine spektralnih linija dva dubleta (4d5s5p v<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub><sup>o</sup> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm i 4d5s5p v<sup>2</sup>F<sub>5/2</sub><sup>o</sup> - 4d<sup>2</sup>5s b<sup>2</sup>G<sub>7/2</sub>  $\lambda = 232.47$  nm) dok smo kod spektra Zr III izračunali Štarkove parametre 30 multipleta (14 singleta i 27 multipleta) kod prelaza između konfiguracija 4d5s, 4d5p, 4d5d i 4d6s. Takođe smo, kod Zr III, izračunali Štarkove širine spektralnih linija tri singleta (4d<sup>2</sup> <sup>1</sup>G<sub>4</sub> - 4d5p <sup>1</sup>F<sub>3</sub><sup>o</sup>)  $\lambda = 194.023$  nm, 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>2</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sub>2</sub><sup>o</sup>  $\lambda = 194.105$  nm i 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sub>1</sub><sup>o</sup>  $\lambda = 194.657$  nm) i jednog tripleta (4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sub>0</sub><sup>o</sup>  $\lambda = 193.725$  nm).

Rezultati naših proračuna Štarkovih širina (FWHM) i pomaka spektralnih linija za elektronsku koncentraciju  $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$  su dati u Tabelama 5-7. U Tabeli 5 dati su Štarkovi parametri za 30 multipleta Zr III za temperature T = 5000 - 50000K. U proračunu smo koristili multiplete zato što smo imali samo energetske nivoe za termove. Ukoliko želimo da dobijemo Štarkove parametre spektralnih linija u multipletu možemo koristiti formulu (31).

U Tabeli 6 dati su logaritmi odnosa Štarkove širine (FWHM) i elektronske koncentracije kao i odgovarajuće vrednosti za pomake u jedinicama rad  $s^{-1}$  za temperaturu T = 10000 K zajedno sa parametrima  $A_0$  i  $A_1$  za spektralne linije iz Tabele 5.

Posebnu pažnju u našem proračunu smo obratili na 6 astrofizički značajnih spektralnih linija u spektru Zr II (dve linije, 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sup>o</sup><sub>3/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm i 4d5s5p v<sup>2</sup>F<sup>o</sup><sub>5/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s b<sup>2</sup>G<sub>7/2</sub>  $\lambda = 232.47$  nm) i Zr III (četiri linije, 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>0</sub>  $\lambda = 193.725$  nm, 4d<sup>2</sup> <sup>1</sup>G<sub>4</sub> - 4d5p <sup>1</sup>F<sup>o</sup><sub>3</sub>  $\lambda = 194.023$  nm, 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>2</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>2</sub>  $\lambda = 194.105$  nm i 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>1</sub>  $\lambda = 194.657$  nm). Ove linije su identifikovane u GHRS spektru  $\chi$  Lupi zvezde (videti glavu 5.4.2) i mi smo ih koristili za analizu tzv. "cirkonijumskog konflikta" (videti tekst dalje). U Tabeli 7 su date Štarkove širine (FWHM) za ovih 6 astrofizički značajnih linija za elektronsku koncentraciju  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup> i temperature T = 5000 - 50000 K. Takođe, u Tabeli 7 su dati parametri  $A_0$ ,  $A_1$  i log w po elektronu za T = 10000 K.

**Tabela 5.** Štarkova širina (FWHM) w i pomak d za 30 multipleta Zr III za elektronsku koncentraciju  $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ . Vrednost  $< \lambda >$  predstavlja usrednjenu talasnu dužinu za multiplet (videti tekst).

prelaz				prelaz			
$\langle \lambda \rangle$ (nm)	T (K)	w (nm)	d (nm)	$< \bar{\lambda} > (nm)$	T (K)	w (nm)	d (nm)
	5000	0.287e-1	-0.623e-2		5000	0.208e-1	-0.411e-2
	10000	0.201e-1	-0.449e-2		10000	0.146e-1	-0.295e-2
$5s {}^{1}D - 5p {}^{1}D^{o}$	20000	0.140e-1	-0.324e-2	$5s {}^{1}D - 5p {}^{1}P^{o}$	20000	0.102e-1	-0.213e-2
_	30000	0.114e-1	-0.266e-2	_	30000	0.824e-2	-0.174e-2
349.89	40000	0.987 e-2	-0.228e-2	269.91	40000	0.714e-2	-0.149e-2
	50000	0.889e-2	-0.204e-2		50000	0.642 e-2	-0.133e-2
	5000	0.179e-1	-0.294e-2		5000	0.210e-1	-0.175e-2
	10000	0.125e-1	-0.211e-2		10000	0.148e-1	-0.114e-2
$5s {}^{1}D$ - $5p {}^{1}F^{o}$	20000	0.875e-2	-0.152e-2	$5p {}^{1}P^{o}$ - $5d {}^{1}S$	20000	0.106e-1	-0.611e-3
	30000	0.709e-2	-0.124e-2		30000	0.892e-2	-0.268e-3
266.51	40000	0.614e-2	-0.106e-2	194.43	40000	0.803e-2	-0.522e-7
	50000	0.552e-2	-0.939e-3		50000	0.748e-2	0.219e-3
	5000	0.255e-1	-0.335e-2		5000	0.232e-1	-0.227e-2
	10000	0.178e-1	-0.233e-2		10000	0.163e-1	-0.153e-2
$5p {}^{1}P^{o} - 5d {}^{1}P$	20000	0.125e-1	-0.157e-2	$5p {}^{1}P^{o} - 5d {}^{1}D$	20000	0.115e-1	-0.929e-3
	30000	0.102e-1	-0.119e-2		30000	0.962 e- 2	-0.562e-3
230.22	40000	0.901e-2	-0.913e-3	212.07	40000	0.858e-2	-0.279e-3
	50000	0.824e-2	-0.647e-3		50000	0.794e-2	-0.329e-4
	5000	0.323e-1	0.146e-1		5000	0.161e-1	-0.243e-2
	10000	0.226e-1	0.106e-1		10000	0.113e-1	-0.169e-2
$5p {}^{1}P^{o} - 6s {}^{1}D$	20000	0.160e-1	0.761e-2	$5p {}^{1}D^{o} - 5d {}^{1}P$	20000	0.789e-2	-0.114e-2
	30000	0.135e-1	0.652e-2		30000	0.649e-2	-0.864e-3
225.29	40000	0.123e-1	0.588e-2	192.66	40000	0.572 e-2	-0.666e-3
	50000	0.115e-1	0.547 e-2		50000	0.525e-2	-0.478e-3
	5000	0.151e-1	-0.171e-2		5000	0.169e-1	-0.245e-2
	10000	0.106e-1	-0.115e-2		10000	0.118e-1	-0.170e-2
$5p {}^{1}D^{o} - 5d {}^{1}D$	20000	0.755e-2	-0.701e-3	$5p {}^{1}D^{o} - 5d {}^{1}F$	20000	0.830e-2	-0.114e-2
	30000	0.632e-2	-0.432e-3		30000	0.682e-2	-0.862e-3
179.78	40000	0.565e-2	-0.224e-3	200.26	40000	0.601 e- 2	-0.661e-3
	50000	0.525e-2	-0.449e-4		50000	0.551 e-2	-0.457e-3
	5000	0.211e-1	0.102e-1		5000	0.221e-1	-0.301e-2
	10000	0.147 e-1	0.742e-2		10000	0.155e-1	-0.206e-2
$5p {}^{1}D^{o} - 6s {}^{1}D$	20000	0.105e-1	0.533e-2	$5p {}^{1}F^{o} - 5d {}^{1}D$	20000	0.110e-1	-0.131e-2
	30000	0.889e-2	0.456e-2		30000	0.920e-2	-0.873e-3
189.19	40000	0.808e-2	0.412e-2	214.22	40000	0.822e-2	-0.545e-3
	50000	0.762 e- 2	0.384e-2		50000	0.763e-2	-0.267e-3

## Tabela 5. Nastavak.

prelaz				prelaz			
$<\dot{\lambda}>(\mathrm{nm})$	$T(\mathbf{K})$	w (nm)	d (nm)	$<\dot{\lambda}>(\mathrm{nm})$	$T(\mathbf{K})$	w (nm)	d (nm)
	5000	0.259e-1	-0.440e-2		5000	0.217e-1	-0.306e-2
	10000	0.181e-1	-0.308e-2		10000	0.152e-1	-0.210e-2
$5p {}^{1}F^{o} - 5d {}^{1}F$	20000	0.127e-1	-0.210e-2	$5p {}^{1}F^{o}$ - $5d {}^{1}G$	20000	0.108e-1	-0.135e-2
	30000	0.104e-1	-0.162e-2		30000	0.900e-2	-0.906e-3
243.94	40000	0.918e-2	-0.128e-2	208.16	40000	0.804 e-2	-0.602e-3
	50000	0.840e-2	-0.941e-3		50000	0.745 e- 2	-0.323e-3
	5000	0.312e-1	0.141e-1		5000	0.143e-1	-0.148e-2
	10000	0.218e-1	0.103e-1		10000	0.100e-1	-0.106e-2
$5p {}^{1}F^{o} - 6s {}^{1}D$	20000	0.155e-1	0.737e-2	5s <sup>3</sup> D - 5p <sup>3</sup> P <sup>o</sup>	20000	0.698e-2	-0.759e-3
	30000	0.131e-1	0.632e-2		30000	0.566e-2	-0.619e-3
227.72	40000	0.119e-1	0.571 e- 2	243.74	40000	0.489e-2	-0.524e-3
	50000	0.112e-1	0.533e-2		50000	0.439e-2	-0.454e-3
	5000	0.160e-1	-0.283e-2		5000	0.162e-1	-0.269e-2
	10000	0.112e-1	-0.203e-2		10000	0.114e-1	-0.193e-2
5s <sup>3</sup> D - 5p <sup>3</sup> D <sup>o</sup>	20000	0.783e-2	-0.146e-2	$5\mathrm{s}~^3\mathrm{D}$ - $5\mathrm{p}~^3\mathrm{F}^o$	20000	0.792e-2	-0.139e-2
	30000	0.634e-2	-0.120e-2		30000	0.641 e- 2	-0.114e-2
265.72	40000	0.548e-2	-0.103e-2	266.12	40000	0.554 e-2	-0.977e-3
	50000	0.492 e- 2	-0.904e-3		50000	0.497 e-2	-0.859e-3
	5000	0.208e-1	-0.407e-2		5000	0.196e-1	-0.309e-2
	10000	0.146e-1	-0.285e-2		10000	0.137e-1	-0.213e-2
$5p {}^{3}P^{o} - 5d {}^{3}S$	20000	0.102e-1	-0.196e-2	$5p {}^{3}P^{o}$ - $5d {}^{3}P$	20000	0.974e-2	-0.139e-2
	30000	0.840e-2	-0.151e-2		30000	0.812e-2	-0.981e-3
213.25	40000	0.741e-2	-0.120e-2	200.62	40000	0.724e-2	-0.660e-3
	50000	0.679e-2	-0.919e-3		50000	0.670 e- 2	-0.403e-3
	5000	0.205e-1	-0.482e-2		5000	0.283e-1	0.122e-1
	10000	0.143e-1	-0.341e-2		10000	0.198e-1	0.889e-2
$5p {}^{3}P^{o} - 5d {}^{3}D$	20000	0.100e-1	-0.239e-2	5p <sup>3</sup> P <sup>o</sup> - 6s <sup>3</sup> D	20000	0.140e-1	0.637e-2
	30000	0.817e-2	-0.191e-2		30000	0.117e-1	0.543e-2
225.73	40000	0.715e-2	-0.158e-2	221.66	40000	0.106e-1	0.493e-2
	50000	0.652e-2	-0.133e-2		50000	0.994 e- 2	0.456e-2
	5000	0.168e-1	-0.212e-2		5000	0.171e-1	-0.343e-2
	10000	0.118e-1	-0.144e-2		10000	0.120e-1	-0.241e-2
$5p {}^{3}D^{o} - 5d {}^{3}P$	20000	0.833e-2	-0.913e-3	$5p {}^{3}D^{o} - 5d {}^{3}D$	20000	0.837e-2	-0.168e-2
	30000	0.695e-2	-0.606e-3		30000	0.684 e-2	-0.133e-2
187.83	40000	0.621e-2	-0.357e-3	209.66	40000	0.599e-2	-0.109e-2
	50000	0.575e-2	-0.156e-3		50000	0.546e-2	-0.898e-3
	5000	0.180e-1	-0.227e-2		5000	0.239e-1	0.113e-1
	10000	0.126e-1	-0.155e-2	_	10000	0.167 e-1	0.820e-2
5p <sup>3</sup> D <sup>o</sup> - 5p <sup>3</sup> F	20000	0.892e-2	-0.991e-3	5p <sup>3</sup> D <sup>o</sup> - 6s <sup>3</sup> D	20000	0.118e-1	0.588e-2
	30000	0.742e-2	-0.680e-3		30000	0.995e-2	0.500e-2
195.30	40000	0.661 e- 2	-0.413e-3	206.14	40000	0.900e-2	0.453e-2
	50000	0.610e-2	-0.198e-3		50000	0.844 e-2	0.418e-2

prelaz				prelaz			
$<\lambda>$ (nm)	T (K)	w (nm)	d (nm)	$<\lambda>$ (nm)	T (K)	w (nm)	d (nm)
	5000	0.172e-1	-0.351e-2		5000	0.240e-1	0.112e-1
	10000	0.120e-1	-0.248e-2		10000	0.167 e-1	0.811e-2
$5p {}^{3}F^{o} - 5d {}^{3}D$	20000	0.840e-2	-0.172e-2	$5p {}^{3}F^{o} - 6s {}^{3}D$	20000	0.119e-1	0.582e-2
	30000	0.686e-2	-0.136e-2		30000	0.996e-2	0.495e-2
209.42	40000	0.601 e- 2	-0.112e-2	205.91	40000	0.900e-2	0.449e-2
	50000	0.547 e-2	-0.927e-3		50000	0.845e-2	0.414e-2
	5000	0.185e-1	-0.281e-2		5000	0.181e-1	-0.234e-2
	10000	0.129e-1	-0.195e-2		10000	0.127e-1	-0.160e-2
$5p {}^{3}F^{o} - 5d {}^{3}G$	20000	0.908e-2	-0.131e-2	$5p {}^{3}F^{o}$ - $5d {}^{3}F$	20000	0.894 e- 2	-0.103e-2
	30000	0.748e-2	-0.976e-3		30000	0.744e-2	-0.713e-3
205.24	40000	0.661 e- 2	-0.734e-3	195.09	40000	0.662 e- 2	-0.443e-3
	50000	0.606e-2	-0.489e-3		50000	0.611 e- 2	-0.224e-3

Tabela 5. Nastavak.

**Tabela 6.** Logaritmi odnosa Štarkove širine (FWHM) i elektronske koncentracije kao i odgovarajuće vrednosti za pomake u jedinicama rad  $s^{-1}$  za temperaturu T = 10000 K i parametri  $A_0$  i  $A_1$  za spektralne linije iz Tabele 5.

$<\lambda>$ (nm) $\log A_0$	$A_1$	$\log w$	$\log d$	$  < \lambda > (nr)$	n) $\log A_0$	$A_1$	$\log w$	$\log d$
349.89 -3.4651	-0.5113	-5.5097	-6.1606	243.74	-3.4409	-0.5145	-5.4989	-6.4735
269.91 -3.3716	-0.5131	-5.4231	-6.1176	265.72	-3.4692	-0.5139	-5.5246	-6.2664
266.51 -3.4288	-0.5126	-5.4795	-6.2521	266.12	-3.4570	-0.5158	-5.5182	-6.2896
194.43 -3.3171	-0.4526	-5.1323	-6.2456	213.25	-3.2539	-0.4910	-5.2184	-5.9279
230.22 -3.2174	-0.4949	-5.1989	-6.0819	200.62	-3.3087	-0.4699	-5.1930	-6.0014
212.07 -3.2819	-0.4702	-5.1658	-6.1933	225.73	-3.2702	-0.5014	-5.2768	-5.8994
225.29 -3.2556	-0.4539	-5.0764	-5.4052	221.66	-3.2702	-0.4613	-5.1197	-5.4675
192.66 -3.2734	-0.4919	-5.2415	-6.0667	187.83	-3.3157	-0.4705	-5.2006	-6.1142
179.78 -3.3520	-0.4632	-5.2092	-6.1738	209.66	-3.2879	-0.5003	-5.2888	-5.9860
200.26 -3.2911	-0.4907	-5.2563	-6.0977	195.30	-3.3070	-0.4738	-5.2060	-6.1161
189.19 -3.3127	-0.4479	-5.1115	-5.4084	206.14	-3.2933	-0.4581	-5.1306	-5.4395
214.22 -3.3269	-0.4664	-5.1964	-6.0729	209.42	-3.2826	-0.5010	-5.2879	-5.9726
243.94 -3.2671	-0.4933	-5.2419	-6.0110	205.91	-3.2867	-0.4592	-5.1296	-5.4433
208.16 -3.3014	-0.4686	-5.1800	-6.0396	205.24	-3.2828	-0.4883	-5.2389	-6.0595
227.72 -3.2916	-0.4509	-5.1013	-5.4270	195.09	-3.2942	-0.4762	-5.2017	-6.1013

**Tabela 7.** Štarkove širine (FWHM) za dve astrofizički značajne spektralne linije Zr II i četiri spektralne linije Zr III u UV oblasti spektra. Takođe su dati i parametri  $A_0$ ,  $A_1$  i log w[rad s<sup>-1</sup>]. Elektronska koncentracija iznosi  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup>.

Prelaz	$T(\mathbf{K})$	w (nm)	
	5000	0.765e-2	
Zr II	10000	0.537 e-2	$\log A_0 = -3.5886$
$4d5s5p v^2D_{3/2}^o$ - $4d^25s a^2D_{3/2}$	20000	0.387 e-2	$A_1 = -0.4223$
- /	30000	0.333e-2	
$\lambda = 193.85~\mathrm{nm}$	40000	0.307 e-2	$\log w = -5.2864$
	50000	0.294 e- 2	
	5000	0.122e-1	
Zr II	10000	0.859e-2	$\log A_0 = -4.0344$
$4d5s5p v^2 F_{5/2}^o$ - $4d^25s b^2 G_{7/2}$	20000	0.626e-2	$A_1 = -0.4022$
,	30000	0.546e-2	
$\lambda = 232.47 \text{ nm}$	40000	0.508e-2	$\log w = -5.6535$
	50000	0.491e-2	
	5000	0.448e-2	
Zr III	10000	0.314e-2	$\log A_0 = -3.7247$
$4d^2 {}^{3}P_1$ - $4d5p {}^{3}P_0^o$	20000	0.218e-2	$A_1 = -0.5198$
	30000	0.176e-2	
$\lambda = 193.725 \text{ nm}$	40000	0.152 e-2	$\log w = -5.8025$
	50000	0.136e-2	
	5000	0.459e-2	
Zr III	10000	0.321e-2	$\log A_0 = -3.7243$
$4d^2 {}^1G_4$ - $4d5p {}^1F_3^o$	20000	0.224e-2	$A_1 = -0.5176$
	30000	0.181e-2	
$\lambda = 194.023 \text{ nm}$	40000	0.156e-2	$\log w = -5.7942$
	50000	0.140e-2	
	5000	0.474e-2	
Zr III	10000	0.332e-2	$\log A_0 = -3.7055$
$4d^2 {}^{3}P_2 - 4d5p {}^{3}P_2^o$	20000	0.231e-2	$A_1 = -0.5189$
	30000	0.187e-2	
$\lambda = 194.105 \text{ nm}$	40000	0.161e-2	$\log w = -5.7799$
	50000	0.144e-2	
	5000	0.452e-2	
Zr III	10000	0.317e-2	$\log A_0 = -3.7335$
$4d^2 {}^{3}P_1 - 4d5p {}^{3}P_1^o$	20000	0.221e-2	$A_1 = -0.5176$
	30000	0.178e-2	
$\lambda = 194.657 \text{ nm}$	40000	0.154e-2	$\log w = -5.8025$
	50000	0.138e-2	



Na Slici 9 prikazana je zavisnost Štarkove poluširine w (FWHM) od temperature T iz Tabele 7 (kolona 2 i 3) za 6 astrofizički značajnih spektralnih linija.

**Slika 9.** Zavisnost Štarkove poluširine w od temperature T za elektronsku koncentraciju  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup> (videti Tabelu 7) za a) Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sup>o</sup><sub>3/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm, b) Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>F<sup>o</sup><sub>5/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s b<sup>2</sup>G<sub>7/2</sub>  $\lambda = 232.47$  nm, c) Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>0</sub>  $\lambda = 193.725$  nm, d) Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>1</sup>G<sub>4</sub> - 4d5p <sup>1</sup>F<sup>o</sup><sub>3</sub>  $\lambda = 194.023$  nm, e) Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>2</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>2</sub>  $\lambda = 194.105$  nm i f) Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>1</sub>  $\lambda = 194.657$  nm.

#### 6.2.3 Interpretacija rezultata

Da bismo ispitali uticaj Štarkovog širenja na spektralne linije, posmatrali smo spektar  $\chi$  Lupi A zvezde (Brandt *et al.* 1999). Kao što smo ranije rekli (videti glavu 5.4) kod zvezde  $\chi$  Lupi A određeni su sledeći parametri:  $T_{eff} = 10650$  K,  $\log g = 3.8$ , i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup> (Leckrone *et al.* 1996). Kao osnovni model zvezdane atmosfere koristili smo Kurucov ATLAS9 LTE model<sup>6</sup> (Kurucz 1993) sa parametrima:  $T_{eff} =$ 10500 K,  $\log g = 4.0$  i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup>. Ovaj model se razlikuje od modela atmosfere koji su koristili Leckrone *et al.* (1996) za  $\Delta T_{eff} =$  150 K i  $\Delta \log g = 0.2$ , međutim ovako male razlike ne utiču mnogo na rezultate sinteze spektralnih linija (videti na primer Sliku 3 u radu Popović *et al.* 2001).

Model zvezdane atmosfere za parametre  $T_{eff} = 10500$  K,  $\log g = 4.0$  i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup> je prikazan na Slici 10.



**Slika 10.** Kurucov model zvezdane atmosfere za  $T_{eff} = 10500$  K, log g=4.0 i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup>. Na slici je prikazana zavisnost elektronske koncentracije  $N_e$  i temperature T od logaritma optičke dubine log  $\tau$  na talasnoj dužini od 500 nm.

Kao što vidimo sa Slike 10 model atmosfere je izračunat za temperature od 5000 K od 30000 K, dok se elektronska koncentracije  $N_e$  nalazi u intervalu od 10<sup>16</sup> m<sup>-3</sup> do 10<sup>22</sup> m<sup>-3</sup>. Naši proračuni za 6 astrofizički značajnih linija su izvršeni za temperature od 5000 K do 50000 K, i elektronsku koncentraciju 10<sup>23</sup> m<sup>-3</sup> (videti Tabelu 7).

Interesantno je, na primer, ispitati koliki je uticaj Štarkove širine u odnosu na Doplerovu širinu spektralne linije (videti npr. Popović & Dimitrijević 1996b), pošto

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Kurucovi modeli zvezdanih atmosfera se mogu naći na http://cfaku5.harvard.edu

je pored širenja usled pritiska (Štarkovo širenje) širenje usled termalnog kretanja čestica najznačajnije u atmosferama toplih zvezda na glavnom nizu H-R dijagrama (slučaj CP zvezda na glavnom nizu, videti Sliku 5).

Da bismo dobili Štarkovu širinu za određenu elektronsku koncentraciju koristićemo formulu

$$w_{N_1} = w_{N_2} \frac{N_1}{N_2},$$

gde je  $w_{N_1}$  Štarkova širina spektralne linije za elektronsku koncentraciju  $N_1$  i  $w_{N_2}$ Štarkova širina za elektronsku koncentraciju  $N_2$ . Gornju formulu možemo koristiti zbog toga što je zavisnost Štarkove širine dobijene MSE formulom linearna funkcija elektronske koncentracije (videti jednačinu (10)). Štarkovu širinu za određenu temperaturu možemo dobiti preko formule (29).

Na Slici 11 prikazana je zavisnost Štarkove i Doplerove poluširine (FWHM) 6 astrofizički značajnih spektralnih linija Zr II i Zr III od temperature iz modela datog na Slici 10. Doplerova širina linije dobijena je iz jednačine (1) (masa atoma Zr iznosi M = 91.224 a.j.m.).



**Slika 11.** Zavisnost Štarkove i Doplerove poluširine (FWHM) od temperature za model atmosfere sa parametrima  $T_{eff} = 10500$  K,  $\log g = 4.0$  i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup> za a) Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sup>o</sup><sub>3/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm (puna linija) i Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>F<sup>o</sup><sub>5/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s b<sup>2</sup>G<sub>7/2</sub>  $\lambda = 232.47$  nm (isprekidana linija) i b) Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>0</sub>  $\lambda = 193.725$  nm, Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>1</sup>G<sub>4</sub> - 4d5p <sup>1</sup>F<sup>o</sup><sub>3</sub>  $\lambda = 194.023$  nm, Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>2</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>2</sub>  $\lambda = 194.105$  nm i Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>1</sub>  $\lambda = 194.657$  nm. Na slici b) nije prikazana zavisnost za sve linije Zr III jer je ona približno ista.

Kao što vidimo sa Slike 11, uticaj Štarkove širine je veći od Doplerove širine

za temperature veće od 10000 K. Ovaj uticaj je izraženiji za linije Zr II (Slika 11a) nego za linije Zr III (Slika 11b).

Na Slici 12 prikazana je zavisnost Štarkove i Doplerove poluširine (FWHM) od logaritma optičke dubine za linije iz Tabele 7 za model atmosfere sa Slike 10.



**Slika 12.** Zavisnost Štarkove i Doplerove poluširine (FWHM) od logaritma optičke dubine log  $\tau$  za model atmosfere sa parametrima  $T_{eff}$  =10500 K, log g=4.0 i  $V_t$  = 0.0 km s<sup>-1</sup> za a) Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sup>o</sup><sub>3/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda$  = 193.85 nm (puna linija) i Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>F<sup>o</sup><sub>5/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s b<sup>2</sup>G<sub>7/2</sub>  $\lambda$  = 232.47 nm (isprekidana linija) i b) Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>0</sub>  $\lambda$  = 193.725 nm, Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>1</sup>G<sub>4</sub> - 4d5p <sup>1</sup>F<sup>o</sup><sub>3</sub>  $\lambda$  = 194.023 nm, Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>2</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>2</sub>  $\lambda$  = 194.105 nm i Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sup>o</sup><sub>1</sub>  $\lambda$  = 194.657 nm. Na slici b) nije prikazana zavisnost za sve linije Zr III jer je ona približno ista.

Sa Slike 12 vidimo da je Štarkovo širenje značajnije u dubljim slojevima atmosfere zvezde, što je opravdano porastom elektronske koncentracije u ovim slojevima (Slika 10). Zavisnost Štarkove širine od logaritma optičke dubine (Slika 12) je ista kao i zavisnost elektronske koncentracije od optičke dubine (Slika 10) zbog toga što je Štarkova širina, dobijena pomoću MSE formule (jednačina (10)), linearna funkcija elektronske koncentracije. Takođe, sa Slike 12 vidimo da je Štarkova širina veća od Doplerove širine za pliće slojeve atmosfere kod Zr II ( $\log \tau \ge -1.5$ ) nego kod Zr III ( $\log \tau \ge -1.0$ ).

#### 6.2.4 Cirkonijumski konflikt

Sada pogledajmo kako možemo upotrebiti proračunate Štarkove širine za problem cirkonijumskog konflikta. Kao što smo već rekli, cirkonijumski konflikt predstavlja pojavu razlike u zastupljenosti cirkonijuma, kod  $\chi$  Lupi zvezde, određene iz optičkih spektralnih linija Zr II i iz UV linija Zr III. Ovaj konflikt se prvi put spominje u radu Leckrone *et al.* (1993).

Wahlgren et al. (1994) su odredili zastupljenost cirkonijuma, dobijenu iz 11 optičkih spektralnih linija Zr II u intervalu talasnih dužina od 391 nm do 438 nm, i dobili srednju vrednost  $\log(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -8.74 \pm 0.25$  (videti glavu 5.4.1). Leckrone et al. (1993) su odredili zastupljenost cirkonijuma iz spektralne linije Zr II 4d5s5p  $v^2 D_{3/2}^o$  - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm i dobili vrednost  $\log(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -9.0 \pm 0.2$ , što se slaže sa proračunima Wahlgren et al. (1994). Ova linija u UV spektru Zr II, koji je dobijen pomoću GHRS (videti glavu 5.4.2), je jedina linija koja je izolovana i dobro razdvojena te je ona pouzdan izvor informacija za određivanje zastupljenosti cirkonijuma iz spektra Zr II. Spektralna linija Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup> $F_{5/2}^{o}$  - 4d<sup>2</sup>5s b<sup>2</sup> $G_{7/2}$   $\lambda =$ 232.47 nm, koja je takodje snimljena GHRS, nije toliko pouzdana (Sikström et al. 1999). Naime, ona je prekrivena krilima jakih linija dva elementa Ni I  $\lambda = 232.4654$ nm i Mn II  $\lambda = 232.4664$  nm sa jedne strane i neindentifikovanom linijom  $\lambda = 232.482$ nm sa druge strane (Sikström et al. 1999). Sikström et al. (1999) su u svom radu analizirali tu liniju i unevši okolne tri linije u proračun, zaključili su da se zastupljenost cirkonijuma dobijena iz Zr II  $\lambda = 232.47$  nm slaže sa rezultatima iz radova Wahlgren et al. (1994) i Leckrone et al. (1993). Ostale linije Zr II u UV spektru  $\chi$  Lupi dobijenim GHRS, kao na primer linija Zr II  $\lambda = 235.7431$  nm, nisu izolovane i za njih nije bilo moguće izvršiti pouzdan proračun.

Spektralne linije Zr III nisu mogle biti posmatrane u optičkom delu spektra, tako da su se prve analize spektra Zr III pojavile posle snimanja spektra  $\chi$  Lupi sa GHRS. Tako Leckrone *et al.* (1993) daju ocenu zastupljenosti cirkonijuma na osnovu tri spektralne linije Zr III 4d<sup>2</sup>  ${}^{3}P_{1} - 4d5p \, {}^{3}P_{0}^{o} \lambda = 193.725 \text{ nm}, \text{ Zr III 4d}^{2} \, {}^{1}G_{4} - 4d5p \, {}^{1}F_{3}^{o} \lambda = 194.023 \text{ nm i Zr III 4d}^{2} \, {}^{3}P_{2} - 4d5p \, {}^{3}P_{2}^{o} \lambda = 194.105 \text{ nm i dobijaju srednju vrednost} \log(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -8.09. Ove tri linije su izolovane i mogu poslužiti kao pouzdan izvor za proračun zastupljenosti cirkonijuma. Linija Zr III 4d<sup>2</sup> <math>{}^{3}P_{1} - 4d5p \, {}^{3}P_{1}^{o} \lambda = 194.657 \text{ nm se nalazi blizu linije Pt III <math>\lambda = 194.656 \text{ nm}$ , ali proračuni uključujući liniju Pt III daju istu zastupljenost cirkonijuma kao i za tri gore spomenute linije Zr III (videti spektroskopski atlas zvezde  $\chi$  Lupi u radu Brandt *et al.* (1999)).

Gore spomenuti autori su za proračune zastupljenosti cirkonijuma koristili standardni LTE model zvezdane atmosfere Kuruca, ATLAS9 (Kurucz 1993) sa parametrima  $T_{eff} = 10650$  K,  $\log g = 3.8$ , i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup> (Leckrone *et al.* 1996) dok su za sintezu spektra koristili Kurucov program SYNTHE (Kurucz & Avrett 1981). Jačine oscilatora za 11 linija Zr II analiziranih u radu Wahlgren *et al.* (1994), su uzete iz radova Biemont *et al.* (1981) i Grevesse *et al.* (1981) dok su jačine oscilatora za Zr III spektralne linije analizirane u Leckrone *et al.* (1993) uzete iz rada Redfors (1991).

Iz gornje analize vidimo da je zastupljenost cirkonijuma dobijena iz linija Zr II i iz Zr III različita. Ova pojava se naziva cirkonijumski konflikt.

Na Slici 13 je prikazan izmereni spektar zvezde  $\chi$  Lupi dobijen GHRS zajedno sa sintetisanim spektrom (Leckrone *et al.* 1993).



**Slika 13.** Spektar zvezde  $\chi$  Lupi u intervalu od 193.92 nm do 194.12 nm. Punom linijom je prikazan spektar dobijen pomoću GHRS dok je isprekidanom prikazan sintetisani spektar. Na slici su prikazane spektralne linije Zr III 4d<sup>2</sup>  ${}^{1}G_{4}$  - 4d5p  ${}^{1}F_{3}^{o}$   $\lambda$  = 194.023 nm i Zr III 4d<sup>2</sup>  ${}^{3}P_{2}$  - 4d5p  ${}^{3}P_{2}^{o}$   $\lambda$  = 194.105 nm sintetisane sa zastupljenošću cirkonijuma od  $\log(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -8.09$  (Leckrone *et al.* 1993).



**Slika 14.** Spektar zvezde  $\chi$  Lupi u intervalu od 193.71 nm do 193.91 nm. Punom linijom je prikazan spektar dobijen pomoću GHRS dok je isprekidanom prikazan sintetisani spektar. Na slici su prikazane spektralne linije Zr III 4d<sup>2</sup>  ${}^{3}P_{1}$  - 4d5p  ${}^{3}P_{0}^{o} \lambda = 193.725$  nm i Zr II 4d5s5p  $v^{2}D_{3/2}^{o}$  - 4d<sup>2</sup>5s  $a^{2}D_{3/2} \lambda = 193.85$  nm sintetisane sa zastupljenošću cirkonijuma od log( $N_{\rm Zr}/N_{\rm H}$ ) = -8.09 (Leckrone *et al.* 1993). Vidimo neslaganje sintetisanog spektra sa merenim u slučaju linije Zr II (videti tekst).

Na Slici 13 vidimo dve izolovane linije Zr III 4d<sup>2</sup>  ${}^{1}G_{4}$  - 4d5p  ${}^{1}F_{3}^{o} \lambda = 194.023$  nm i Zr III 4d<sup>2</sup>  ${}^{3}P_{2}$  - 4d5p  ${}^{3}P_{2}^{o} \lambda = 194.105$  nm. Zastupljenost cirkonijuma, dobijena iz ove dve linije, iznosi  $\log(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -8.09$  (Leckrone *et al.* 1993).

Slika 14 predstavlja spektar  $\chi$  Lupi zvezde dobijen GHRS zajedno sa sintetisanim spektrom (Leckrone *et al.* 1993).

Sa Slike 14 vidimo neslaganje sintetisanog i merenog spektra u slučaju spektralne linije Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sup>o</sup><sub>3/2</sub> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm. Sintetisani spektar kod ove linije je dobijen sa vrednošću zastupljenosti cirkonijuma dobijenim iz linija Zr III log( $N_{\rm Zr}/N_{\rm H}$ ) = -8.09. Sintetisani spektri za razne vrednosti zastupljenosti cirkonijuma u slučaju ove linije su dati na Slici 15.

Sa Slike 15 vidimo ilustraciju cirkonijumskog konflikta. Sintetisani spektar za spektralnu liniju Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub><sup>o</sup> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm, koja je zbog svoje izolovanosti dobar izvor za određivanje zastupljenosti cirkonijuma, se najbolje slaže sa posmatranim spektrom zvezde  $\chi$  Lupi za zastupljenosti log $(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -9.0 \pm 0.2$ . Međutim, ova vrednost zastupljenosti se ne slaže sa vrednošću zastupljenosti cirkonijuma dobijenoj iz spektralnih linija Zr III (log $(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -8.09$ ). Tačnost zastupljenosti cirkonijuma dobijene iz spektralne linije Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub><sup>o</sup> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm je u granicama greške zastupljenosti cirkonijuma dobijene iz 11 optičkih linija Zr II (Wahlgren *et al.* 1994).



**Slika 15.** UV spektar zvezde  $\chi$  Lupi u intervalu od 193.83 nm do 193.87 nm. Punom linijom je prikazan spektar dobijen pomoću GHRS. Tačkicama je prikazan sintetisani spektar Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub><sup>o</sup> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda = 193.85$  nm dobijen za zastupljenost cirkonijuma  $\log(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -8.12$ . Ova zastupljenost je dobijena iz linija Zr III. Ispekidanom linijom je prikazan sintetisani spektar za zastupljenost cirkonijuma  $\log(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -9.1$ , dok je tačkama prikazan sintetisani spektar dobijen za zastupljenost  $\log(N_{\rm Zr}/N_{\rm H}) = -9.0$  (Leckrone *et al.* 1993).

Da bismo ispitali promenu profila spektralne linije Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sub>0</sub><sup>o</sup>  $\lambda = 193.725$  nm usled promene zastupljenosti cirkonijuma, izračunali smo profil linije pomoću programa za sintezu spektra SYNTH (Piskunov 1992). Kao ulazni parametar, koji koristi SYNTH, je uzet ATLAS9 LTE model zvezdane atmosfere (Kurucz 1993) sa parametrima:  $T_{eff} = 10500$  K,  $\log g = 4.0$  i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup>, koji približno odgovaraju modelu zvezdane atmosfere zvezde  $\chi$  Lupi ( $T_{eff} = 10650$  K,  $\log g = 3.8$ , i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup>, Leckrone *et al.* 1996). Profil linije je proračunat sa Štarkovim i Doplerovim širenjem (Van der Valsovo širenje je zanemarljivo za ispitivane spektralne linije cirkonijuma a takođe možemo zanemariti i prirodno širenje). Rezultati su prikazani na Slici 16a.



**Slika 16.** Promena profila spektralne linije Zr III 4d<sup>2</sup>  ${}^{3}P_{1} - 4d5p \, {}^{3}P_{0}^{o} \lambda = 193.725$  usled promene zastupljenosti cirkonijuma log $(N_{\rm Zr}/N_{\rm H})$  za model zvezdane atmosfere  $T_{eff} = 10500$  K, log g = 4.0 i  $V_{t} = 0.0$  km s<sup>-1</sup> (slika **a**)). Na slici **b**) prikazana je raspodela ekvivalentne širine (EW) spektralne linije u zavisnosti od zastupljenosti cirkonijuma sa slike **a**).

Na Slici 16b prikazana je promena ekvivalentne širine (equivalent width - EW) u zavisnosti od zastupljenosti cirkonijuma, za spektralnu liniju i model atmosfere kao na Slici 16a.

Kao što vidimo sa Slike 16 ekvivalentna širina linije se smanjuje sa smanjivanjem zastupljenosti datog elementa, što znači da će apsorpcija u liniji biti manja ukoliko je datog elementa manje.

Na osnovu datog razmatranja, sada možemo pokazati kako će se ponašati ekvivalentna širina linije usled promene zastupljenosti cirkonijuma u slučaju naših odabranih linija kod Zr II i Zr III. Kod dosadašnjih proračuna (videti Leckrone *et*  *al.* 1993, Wahlgren *et al.* 1994, Sikström *et al.* 1999) profila spektralnih linija Zr II i Zr III kod  $\chi$  Lupi su uzimane aproksimativne vrednosti Štarkovog širenja dobijene iz Kurucovih teorijskih proračuna. Mi smo u proračunu koristili Štarkove širine dobijene pomoću MSE formule (videti glavu 6.1).

Proračunali smo ekvivalentne širine 6 astrofizički značajnih spektralnih linija Zr II i Zr III sa uzimanjem u obzir Štarkovog širenja ( $EW_{ST}$ ) i bez njega ( $EW_0$ ) za različite vrednosti zastupljenosti cirkonijuma (od -9.5 do -6). Odnos ekvivalentnih širina ( $EW_{ST}/EW_0$ ) je prikazan na Slici 17.



**Slika 17.** Odnos ekvivalentnih širina (EW<sub>ST</sub>/EW<sub>0</sub>) 6 astrofizički značajnih linija kod Zr II (puni kružići) i Zr III (prazni kružići). Na slici su date spektralne linije Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub><sup>o</sup> - 4d<sup>2</sup>5s a<sup>2</sup>D<sub>3/2</sub>  $\lambda$  = 193.85 nm, Zr II 4d5s5p v<sup>2</sup>F<sub>5/2</sub><sup>o</sup> - 4d<sup>2</sup>5s b<sup>2</sup>G<sub>7/2</sub>  $\lambda$  = 232.47 nm (puni kružići) i Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sub>0</sub><sup>o</sup>  $\lambda$  = 193.725 nm, Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>1</sup>G<sub>4</sub> - 4d5p <sup>1</sup>F<sub>3</sub><sup>o</sup>  $\lambda$  = 194.023 nm, Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>2</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sub>2</sub><sup>o</sup>  $\lambda$  = 194.105 nm, Zr III 4d<sup>2</sup> <sup>3</sup>P<sub>1</sub> - 4d5p <sup>3</sup>P<sub>1</sub><sup>o</sup>  $\lambda$  = 194.657 nm (prazni kružići).

Za proračun profila linija sa Slike 17, koristili smo SYNTH (Piskunov 1992) program za sintezu spektra. Za dobijanje profila linije sa Štarkovim širenjem koristili smo podatak  $\log w$  iz Tabele 7 dok smo odgovarajuće zastupljenosti cirkonijuma menjali u intervalu od -9.5 do -6 sa korakom od 0.5. Za dobijanje profila linije bez Štarkovog širenja unosili smo vrednosti  $\log w = -20$ , što znači da se Štarkovo širenje zanemaruje. Ekvivalentne širine spektralnih linija smo dobili integracijom profila pomoću FORTRAN77 programa iz paketa FORTRAN77 SLATEC podprograma<sup>7</sup>.

Sa Slike 17, vidimo da je odnos ekvivalentnih širina sa i bez Štarkovog širenja veći ukoliko je veća zastupljenost cirkonijuma. Ovaj efekat se, naravno, javlja kod svih linija na Slici 17. Isti zaključak je uočljiv i sa Slike 16b. Međutim, mnogo važnija činjenica, koju uočavamo sa Slike 17 je da su linije Zr II grupisane u odnosu na linije Zr III, odnosno da su linije Zr III osetljivije na porast zastupljenosti cirkonijuma nego linije Zr II. Ovaj važan efekat možemo još bolje videti sa Slike 18.



Slika 18. Na slici a) prikazan je usrednjeni odnos ekvivalentnih širina sa i bez Štarkovog širenja (<EW<sub>ST</sub>/EW<sub>0</sub>>). Puni kružići predstavljaju srednju vrednost za dve linije Zr II, dok prazni kružici predstavljaju srednju vrednost odnosa ekvivalentnih širina za četiri spektralne linije Zr III. Na slici b) prikazana je razlika usrednjenih odnosa ekvivalentnih širina spektralnih linija Zr III i Zr II.

Grafik na Slici 18a smo dobili usrednjavanjem odnosa ekvivalentnih širina za dve linije Zr II tj. četiri linije Zr III (videti Sliku 17), dok smo grafik na Slici 18b dobili tako što smo oduzeli ove usrednjene odnose za linije Zr III i Zr II. Sa Slike 18b možemo bolje zapaziti efekat izražene razlike ponašanja ekvivalentnih širina sa promenom zastupljenosti cirkonijuma kod linija Zr II tj. Zr III.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> SLATEC biblioteka FORTRAN77 podprograma se može naći na http://www.netlib.org

Kao što vidimo sa Slike 18b, ekvivalentne širine linija Zr III su mnogo više osetljive nego ekvivalentne širine linija Zr II na promenu zastupljenosti cirkonijuma, tako da se može javiti greška u određivanju zastupljenosti. Pošto razlika u zastupljenosti cirkonijuma dobijene iz spektralnih linija Zr II ( $\approx -9.0$ , Leckrone *et al.* 1993) i iz linija Zr III ( $\approx -8.1$ , Leckrone *et al.* 1993) iznosi približno red veličine, zapažamo da efekat razlike ekvivalentnih širina kod Zr II i Zr III prilikom promene zastupljenosti cirkonijuma (Slika 18b), nije dovoljno veliki da bi obajasnio ovakvu razliku. Znači, ukoliko ne uključujemo Štarkove širine u proračune sinteze profila spektalnih linija, može se javiti greška u određivanju zastupljenosti cirkonijuma, odnosno proračun zastupljenosti cirkonijuma će biti tačniji ukoliko uračunamo Štarkove širine. U cilju tačnijeg proračuna zastupljenosti cirkonijuma neophodno je uzeti nove, tačnije, vrednosti Štarkovih širina za linije Zr II i Zr III.

Sa druge strane postavilo se pitanje da li se ova razlika od reda veličine može obajsniti greškama u proračunima jačina oscilatora kod linija Zr II i Zr III. Wahlgren *et al.* (1994) u svom radu analiziraju ovo pitanje i zaključuju da se razlika od reda veličine u određivanju zastupljenosti cirkonijuma kod  $\chi$  Lupi ne može objasniti greškama u određivanju jačina oscilatora. Oni su dobili nove vrednosti za jačine oscilatora u slučaju Zr II i čak su pokazali da proračuni sa ovim vrednostima daju malo veću razliku u zastupljenostima cirkonijuma. Ipak je razlika od jednog reda veličine previše velika da bi se samo objasnila greškama u jačinama oscilatora.

Pošto smo eliminisali mogućnosti da se greška od jednog reda veličine može objasniti greškama u određivanju jačine oscilatora, možemo zaključiti da se rešenje problema cirkonijumskog konflikta nalazi u neadekvatnom modelu zvezdane atmosfere. Model atmosfere, koji je do sada korišćen, je dobijen za uslove LTE i bez uticaja difuzije (videti glavu 5.1). Naime, pokazano je da je efekat difuzije od presudnog značaja u objašnjenju anomalne zastupljenosti elemenata kod CP zvezda. Leckrone *et al.* (1999) uspevaju da upotrebom mehanizma difuzije objasne neke anomalne pojave u slučaju zvezde  $\chi$  Lupi, kao na primer, veliki nedostatak bora i cinka u atmosferi (videti Sliku 8). Takođe, Leckrone *et al.* (1999) uspevaju da, upotrebom prostih ne-LTE modela atmosfere (kao na primer model atmosfere Hubeny & Lanz (1995)), delimično objasne neke efekte u anomalnoj zastupljenosti talijuma i žive kod  $\chi$  Lupi.

Znači, ukoliko bismo izvršili proračun zastupljenosti cirkonijuma upotrebom naših vrednosti Štarkovih širina linija Zr II i Zr III zajedno za adekvatnim ne-LTE modelom zvezdane atmosfere pomoću teorije difuzije i sa vremenski promenljivim procesima u atmosferi, mogli bismo da očekujemo objašnjenje cirkonijumskog konflikta.

Trebalo bi naglasiti, da bi proračuni zastupljenosti kod susednih stanja jonizacije, baš kao kod cirkonijuma, u slučaju trijade St-Y-Zr, koja je važna za s proces nukleosinteze, možda pomogli u objašnjenu cirkonijumskog konflikta. Bez obzira na gore navedene napomene, dobijene Štarkove širine i pomaci 30 multipleta Zr III (Tabela 5), će biti od velike koristi u budućim istraživanjima i modeliranju astrofizičke i laboratorijske plazme, posebno imajući u vidu da do sada u literaturi nisu objavljene teorijske ili eksperimentalne vrednosti Štarkovih parametara Zr III.

## 6.3 Dva puta naelektrisani jon kadmijuma

Atom kadmijuma (Cd I, Z=48), isto kao i atom cirkonijuma (Zr I), pripada petoj periodi u Periodnom sistemu elemenata i ima elektronsku konfiguraciju  $1s^22s^22p^63s^23p^6$  $4d^{10}5s^2$   $^{1}S_0$ . Dva puta naelektrisani jon kadmijuma (Cd III) pripada izoelektronskom nizu paladijuma (Pd), ima elektronsku konfiguraciju  $4d^{10}$   $^{1}S_0$  i potencijal jonizacije  $E_j = 302200 \pm 50 \text{ cm}^{-1}$  (Van Kleef *et al.* 1980).

Atomske parametre za proračun Štarkovih širina i pomaka za Cd III smo uzeli iz rada Van Kleef *et al.* (1980). Oni su posmatrali spektar Cd III u intervalu talasnih dužina od 50 nm do 210 nm (UV oblast spektra) pomoću 6.65 i 10.7 metarskog vakuumskog spektrografa (normal-incidence vacuum spectrograph) i dobili su eksperimentalne vrednosti za sve energetske nivoe elektronskih konfiguracija 4d<sup>9</sup> 5s, 4d<sup>9</sup> 5p, 4d<sup>8</sup> 5s<sup>2</sup>, 4d<sup>9</sup> 6s, 4d<sup>9</sup> 5d, 4d<sup>9</sup> 7s i 4d<sup>9</sup> 6d. Samo je energija terma <sup>1</sup>S<sub>0</sub> kod elektronskih konfiguracija 4d<sup>8</sup> 5s<sup>2</sup>, 4d<sup>9</sup> 5d, 4d<sup>9</sup> 6d određena teorijski. Eksperimentalne vrednosti energetskih nivoa za gore spomenute elektronske konfiguracije su proverili teorijski pomoću fitovanja metodom najmanjih kvadrata (least-squares level fitting, LSF) rezultata Hartri-Fok (HF) metode proračuna atomskih parametara. Takođe su na osnovu Edlenove formule (Edlén 1964) odredili poboljšanu vrednost potencijala jonizacije Cd III  $E_j = 302200\pm50$  cm<sup>-1</sup> iz elektronskih konfiguracija serije 4d<sup>9</sup> ns, (n=5, 6, 7) u odnosu na "staru" vrednost potencijala jonizacije Cd III iz rada Shenstone & Pittenger (1949).

Iako je primećeno da sprega elektrona u atomu polako prelazi iz LS sprege ka jj sprezi kako idemo preko izoelektronskog niza od Pd I ka Sn V, većinu energetskih nivoa kod Cd III možemo sa dovoljno velikom tačnošću predstaviti LS spregom (videti npr. Moore 1971). Energetske nivoe Cd III bliže osnovnom nivou (na primer za elektronsku konfiguraciju  $4d^9$  5s) možemo predstaviti LS spregom ali za nivoe sa većim glavnim kvantnim brojem (posebno za elektronsku konfiguraciju  $4d^9$  7s) moramo koristiti jj spregu (Van Kleef *et al.* 1980). Iako se pokazuje da se nivoi sa većim glavnim kvantnim brojem opisuju jj spegom Van Kleef *et al.* (1980) za opis ovih nivoa ipak koriste LS spregu a da mnogo ne gube na tačnosti. Naime, oni u svom radu pokazuju da greška u određivanju energije nivoa iznosi  $\pm 0.5$  cm<sup>-1</sup> za oštre linije i do nekoliko cm<sup>-1</sup> za veoma jake i asimetrične linije.

Spektar Cd III je prvi put sistematski posmatran od strane Shenstone & Pittenger (1949) koji nalaze 139 spektralnih linija u intervalu talasnih dužina od 67.7 nm do 303.5 nm za elektronske konfiguracije  $4d^9$  5s,  $4d^9$  5p,  $4d^8$  5s<sup>2</sup>,  $4d^9$  6s i  $4d^9$  5d. Međutim, Van Kleef *et al.* (1980) detaljnije i tačnije mere sprektralne linije u UV delu spektra i pronalaze još 155 novih linija u intervalu talasnih dužina od 67.7 nm do 210 nm.

### 6.3.1 Rezultati

Mi smo u našim proračunima izračunali Štarkove parametre za 84 linije u intervalu talasnih dužina od 127 nm do 211 nm. Ove linije smo izabrali zbog toga što smo za njih imali kompletan set energetskih nivoa koji je zadovoljavao uslove za proračun MSE formulom od ukupnog seta energetskih nivoa datog u radu Van Kleef *et al.* (1980). Od 84 ovih linija, 22 spektralne linije pripadaju prelazima 4d<sup>9</sup> 5s-4d<sup>9</sup> 5p (3 singleta i 19 tripleta), dok 62 spektralne linije pripadaju prelazima 4d<sup>9</sup> 5p-4d<sup>9</sup> 5d (9 singleta i 53 tripleta).

U Tabelama 8-11 date su Starkove širine (FWHM) i pomaci za 3 singleta i 19 tripleta za prelaze 4d<sup>9</sup> 5s–4d<sup>9</sup> 5p, odnosno 9 singleta i 53 tripleta za prelaze 4d<sup>9</sup> 5p–4d<sup>9</sup> 5d. Takođe su u ovim tabelama dati parametri  $\log A_0$ ,  $A_1$ , logaritmi odnosa Štarkove širine i elektronske koncentracije u jedinicama rad s<sup>-1</sup> za temperaturu T = 10000 K  $\log w$ . Jačina spektralne linije S je dobijena preko formule (22) i data u jedinicama  $a_0e^2$ . Štarkovi parametri, w i d, su dati za interval temperatura od 5000 K do 60000 K, dok elektronska koncentracija iznosi  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup>.

**Tabela 8.** Štarkove širine (FWHM) i pomaci za 3 singleta za prelaze 4d<sup>9</sup> 5s–4d<sup>9</sup> 5p kod Cd III. Elektronska koncentracija iznosi  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup>.

Proloz	$T(\mathbf{K})$	w (nm)	d (nm)	
1 Telaz	<u> </u>			
	5000	0.630e-02	-0.239e-02	
	10000	0.443e-02	-0.171e-02	$\log w = -5.61570$
$5s {}^{1}D_{2}$ - $5p {}^{1}D_{2}^{o}$	20000	0.310e-02	-0.122e-02	
$\lambda = 185.587~\mathrm{nm}$	30000	0.251e-02	-0.101e-02	$\log A_0 = -3.54548$
	40000	0.216e-02	-0.882e-03	$A_1 = -0.51754$
S = 20.29996	50000	0.193e-02	-0.792e-03	
	60000	0.176e-02	-0.719e-03	
	5000	0.478e-02	-0.211e-02	
	10000	0.336e-02	-0.151e-02	$\log w = -5.68380$
$5s {}^{1}D_{2}$ - $5p {}^{1}P_{1}^{o}$	20000	0.235e-02	-0.108e-02	
$\lambda = 174.816 \text{ nm}$	30000	0.190e-02	-0.894e-03	$\log A_0 = -3.60769$
	40000	0.164 e- 02	-0.779e-03	$A_1 = -0.51900$
S = 11.87468	50000	0.146e-02	-0.699e-03	
	60000	0.133e-02	-0.636e-03	
	5000	0.678e-02	-0.199e-02	
	10000	0.477 e-02	-0.142e-02	$\log w = -5.53140$
$5s {}^{1}D_{2}$ - $5p {}^{1}F_{3}^{o}$	20000	0.334e-02	-0.102e-02	
$\lambda = 174.768 \text{ nm}$	30000	0.270e-02	-0.842e-03	$\log A_0 = -3.46086$
	40000	0.233e-02	-0.734e-03	$A_1 = -0.51755$
S = 27.70396	50000	0.208e-02	-0.658e-03	
	60000	0.190e-02	-0.597 e-03	

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.527e-02	-0.107e-02	
	10000	0.370e-02	-0.763e-03	$\log w = -5.80170$
$5s {}^{3}D_{1}$ - $5p {}^{3}P_{2}^{o}$	20000	0.259e-02	-0.548e-03	
$\lambda = 210.107~\mathrm{nm}$	30000	0.209e-02	-0.451e-03	$\log A_0 = -3.71860$
	40000	0.180e-02	-0.392e-03	$A_1 = -0.52055$
S = 0.20639	50000	0.161e-02	-0.351e-03	
	60000	0.147 e- 02	-0.316e-03	
	5000	0.530e-02	-0.164e-02	
	10000	0.372e-02	-0.117e-02	$\log w = -5.73150$
$5s {}^{3}D_{2}$ - $5p {}^{3}P_{2}^{o}$	20000	0.260e-02	-0.841e-03	
$\lambda = 194.329~\mathrm{nm}$	30000	0.211e-02	-0.694e-03	$\log A_0 = -3.67271$
	40000	0.182 e- 02	-0.605e-03	$A_1 = -0.51484$
S = 2.96088	50000	0.162 e- 02	-0.543e-03	
	60000	0.148e-02	-0.493e-03	
	5000	0.735e-02	-0.384e-02	
	10000	0.516e-02	-0.275e-02	$\log w = -5.55790$
$5s {}^{3}D_{3}$ - $5p {}^{3}P_{2}^{o}$	20000	0.361e-02	-0.197e-02	
$\lambda = 187.407 \ \mathrm{nm}$	30000	0.293e-02	-0.163e-02	$\log A_0 = -3.49578$
	40000	0.252 e- 02	-0.142e-02	$A_1 = -0.51560$
S = 16.21595	50000	0.225e-02	-0.128e-02	
	60000	0.205 e- 02	-0.117e-02	
	5000	0.274 e- 02	-0.674e-03	
	10000	0.192e-02	-0.480e-03	$\log w = -6.00080$
$5s {}^{3}D_{1} - 5p {}^{3}P_{1}^{o}$	20000	0.134e-02	-0.343e-03	
$\lambda = 190.350 \text{ nm}$	30000	0.108e-02	-0.282e-03	$\log A_0 = -3.89773$
	40000	0.929e-03	-0.244e-03	$A_1 = -0.52559$
S = 3.02069	50000	0.827e-03	-0.218e-03	
	60000	0.754e-03	-0.196e-03	
	5000	0.304 e- 02	-0.119e-02	
	10000	0.213e-02	-0.848e-03	$\log w = -5.89410$
$5s {}^{3}D_{2} - 5p {}^{3}P_{1}^{o}$	20000	0.149e-02	-0.608e-03	
$\lambda = 177.308 \text{ nm}$	30000	0.120e-02	-0.501e-03	$\log A_0 = -3.79006$
	40000	0.103e-02	-0.437e-03	$A_1 = -0.52565$
S = 8.63624	50000	0.921e-03	-0.391e-03	
	60000	0.840e-03	-0.355e-03	
	5000	0.198e-02	-0.470e-03	
	10000	0.139e-02	-0.335e-03	$\log w = -6.08730$
$5s {}^{3}D_{1} - 5p {}^{3}P_{0}^{o}$	20000	0.964 e- 03	-0.239e-03	
$\lambda = 178.921 \text{ nm}$	30000	0.777e-03	-0.195e-03	$\log A_0 = -3.97273$
	40000	0.667 e- 03	-0.168e-03	$A_1 = -0.52884$
S = 3.94043	50000	0.593e-03	-0.149e-03	
	60000	0.540e-03	-0.134e-03	

**Tabela 9.** Štarkove širine (FWHM) i pomaci za 19 tripleta za prelaze 4d<sup>9</sup> 5s–4d<sup>9</sup> 5p kod Cd III. Elektronska koncentracija iznosi  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup>.

Tabela	9.	Nastavak.
Tabela	•••	rastavan.

Prelaz	$T(\mathbf{K})$	<i>w</i> (nm)	d (nm)	
	5000	0.821e-02	-0.341e-02	
	10000	0.021002	-0.243e-02	$\log w = -5.42840$
$5s^{3}D_{2} - 5n^{3}F_{2}^{0}$	20000	0.011002 0.404e-02	-0.175e-02	$105  \mathrm{m} = -0.12010$
$\lambda = 170\ 716\ nm$	30000	0.101002 0.327e-02	-0.144e-02	$\log A_0 = -3.36285$
	40000	0.282e-02	-0.126e-02	$A_1 = -0.51633$
$S = 33\ 66079$	50000	0.252e-02	-0.113e-02	111 0.01000
	60000	0.230e-02	-0.104e-02	
	5000	0.656e-02	-0.328e-02	
	10000	0.461e-02	-0.234e-02	$\log w = -5.56870$
5s <sup>3</sup> D <sub>3</sub> - 5p <sup>3</sup> F <sub>3</sub>	20000	0.322e-02	-0.168e-02	
$\lambda = 179.342 \text{ nm}$	30000	0.261e-02	-0.139e-02	$\log A_0 = -3.50143$
	40000	0.225e-02	-0.121e-02	$A_1 = -0.51694$
S = 2.96300	50000	0.200e-02	-0.109e-02	Ĩ
	60000	0.183e-02	-0.997e-03	
	5000	0.466e-02	-0.124e-02	
	10000	0.327e-02	-0.884e-03	$\log w = -5.74790$
$5s {}^{3}D_{2} - 5p {}^{3}F_{3}^{o}$	20000	0.229e-02	-0.635e-03	0
$\lambda = 185.670 \text{ nm}$	30000	0.185e-02	-0.524e-03	$\log A_0 = -3.66476$
	40000	0.159e-02	-0.456e-03	$A_1 = -0.52056$
S = 24.25744	50000	0.142 e- 02	-0.409e-03	
	60000	0.130e-02	-0.370e-03	
	5000	0.488e-02	-0.277e-02	
	10000	0.343e-02	-0.198e-02	$\log w = -5.63380$
$5s {}^{3}D_{3}$ - $5p {}^{3}F_{2}^{o}$	20000	0.239e-02	-0.142e-02	
$\lambda = 166.736~\mathrm{nm}$	30000	0.194 e- 02	-0.117e-02	$\log A_0 = -3.57200$
	40000	0.167 e- 02	-0.102e-02	$A_1 = -0.51577$
S = 0.08226	50000	0.149e-02	-0.920e-03	
	60000	0.136e-02	-0.840e-03	
	5000	0.317e-02	-0.995e-03	
	10000	0.222e-02	-0.710e-03	$\log w = -5.85070$
$5s {}^{3}D_{2}$ - $5p {}^{3}F_{2}^{o}$	20000	0.155e-02	-0.509e-03	
$\lambda = 172.193 \text{ nm}$	30000	0.125e-02	-0.419e-03	$\log A_0 = -3.76041$
	40000	0.108e-02	-0.365e-03	$A_1 = -0.52243$
S = 2.95088	50000	0.960e-03	-0.326e-03	
	60000	0.876e-03	-0.295e-03	
	5000	0.292e-02	-0.487e-03	
	10000	0.205e-02	-0.347e-03	$\log w = -5.94510$
$5s {}^{3}D_{1} - 5p {}^{3}F_{2}^{o}$	20000	0.143e-02	-0.248e-03	
$\lambda = 184.467 \text{ nm}$	30000	0.115e-02	-0.203e-03	$\log A_0 = -3.83453$
	40000	0.990e-03	-0.175e-03	$A_1 = -0.52744$
S = 16.74146	50000	0.882e-03	-0.156e-03	
	60000	0.804 e- 03	-0.139e-03	

Tabela 9. Nastavak.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.680e-02	-0.302e-02	
	10000	0.478e-02	-0.215e-02	$\log w = -5.45470$
5s <sup>3</sup> D <sub>3</sub> - 5p <sup>3</sup> D <sub>3</sub> <sup>o</sup>	20000	0.335e-02	-0.155e-02	
$\lambda = 160.158 \text{ nm}$	30000	0.272e-02	-0.128e-02	$\log A_0 = -3.39935$
	40000	0.234e-02	-0.112e-02	$A_1 = -0.51385$
S = 22.57509	50000	0.209e-02	-0.100e-02	
	60000	0.191e-02	-0.916e-03	
	5000	0.536e-02	-0.141e-02	
	10000	0.377e-02	-0.101e-02	$\log w = -5.58460$
$5s {}^{3}D_{2} - 5p {}^{3}D_{3}^{o}$	20000	0.264 e- 02	-0.721e-03	
$\lambda = 165.186$ nm	30000	0.214e-02	-0.594e-03	$\log A_0 = -3.52169$
	40000	0.184 e- 02	-0.517e-03	$A_1 = -0.51573$
S = 2.89484	50000	0.165e-02	-0.464e-03	
	60000	0.150e-02	-0.422e-03	
	5000	0.388e-02	-0.209e-02	
	10000	0.272e-02	-0.149e-02	$\log w = -5.62530$
$5s {}^{3}D_{3} - 5p {}^{3}D_{2}^{o}$	20000	0.190e-02	-0.107e-02	
$\lambda = 147.043~\mathrm{nm}$	30000	0.154 e- 02	-0.884e-03	$\log A_0 = -3.55906$
	40000	0.133e-02	-0.771e-03	$A_1 = -0.51665$
S = 2.66878	50000	0.118e-02	-0.693e-03	
	60000	0.108e-02	-0.632e-03	
	5000	0.253e-02	-0.702e-03	
	10000	0.178e-02	-0.500e-03	$\log w = -5.83410$
$5s {}^{3}D_{2} - 5p {}^{3}D_{2}^{o}$	20000	0.124 e- 02	-0.358e-03	
$\lambda = 151.270 \text{ nm}$	30000	0.100e-02	-0.294e-03	$\log A_0 = -3.74492$
	40000	0.863e-03	-0.255e-03	$A_1 = -0.52237$
S = 12.24958	50000	0.769e-03	-0.228e-03	
	60000	0.702e-03	-0.206e-03	
	5000	0.231e-02	-0.295e-03	
	10000	0.162 e- 02	-0.210e-03	$\log w = -5.92730$
$5s {}^{3}D_{1} - 5p {}^{3}D_{2}^{o}$	20000	0.113e-02	-0.149e-03	
$\lambda = 160.662 \text{ nm}$	30000	0.915e-03	-0.121e-03	$\log A_0 = -3.84527$
	40000	0.786e-03	-0.103e-03	$A_1 = -0.52059$
S = 2.79790	50000	0.700e-03	-0.909e-04	
	60000	0.639e-03	-0.805e-04	
	5000	0.225e-02	-0.789e-03	
	10000	0.158e-02	-0.562e-03	$\log w = -5.89690$
$5s {}^{3}D_{2} - 5p {}^{3}D_{1}^{o}$	20000	0.110e-02	-0.403e-03	
$\lambda = 153.210~\mathrm{nm}$	30000	0.888e-03	-0.331e-03	$\log A_0 = -3.80346$
	40000	0.764 e- 03	-0.288e-03	$A_1 = -0.52345$
S = 2.66989	50000	0.681e-03	-0.257e-03	
	60000	0.621e-03	-0.233e-03	

Tabela 9. Nastavak.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.198e-02	-0.381e-03	
	10000	0.139e-02	-0.271e-03	$\log w = -6.00560$
$5s {}^{3}D_{1}$ - $5p {}^{3}D_{1}^{o}$	20000	0.968e-03	-0.193e-03	
$\lambda = 162.852~\mathrm{nm}$	30000	0.781e-03	-0.157e-03	$\log A_0 = -3.90385$
	40000	0.671e-03	-0.135e-03	$A_1 = -0.52545$
S = 8.46375	50000	0.597 e- 03	-0.120e-03	
	60000	0.545 e- 03	-0.107e-03	

**Tabela 10.** Štarkove širine (FWHM) i pomaci za 9 singleta za prelaze 4d<sup>9</sup> 5p–4d<sup>9</sup> 5d kod Cd III. Elektronska koncentracija iznosi  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup>.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.395e-02	0.267e-03	
	10000	0.275e-02	0.203 e- 03	$\log w = -5.73990$
$5p {}^{1}P_{1}^{o} - 5d {}^{1}P_{1}$	20000	0.190e-02	0.166e-03	-
$\lambda = 168.707 \text{ nm}$	30000	0.154 e- 02	0.157 e- 03	$\log A_0 = -3.73242$
	40000	0.134e-02	0.158e-03	$A_1 = -0.50253$
S = 9.74359	50000	0.122 e- 02	0.165 e- 03	
	60000	0.114e-02	0.175e-03	
	5000	0.404e-02	0.206e-04	
	10000	0.281e-02	0.253 e- 04	$\log w = -5.68320$
$5p {}^{1}D_{2}^{o}$ - $5d {}^{1}P_{1}$	20000	0.195e-02	0.361e-04	
$\lambda = 159.759~\mathrm{nm}$	30000	0.158e-02	0.480e-04	$\log A_0 = -3.66018$
	40000	0.137e-02	0.607 e- 04	$A_1 = -0.50608$
S = 2.85441	50000	0.124 e- 02	0.756e-04	
	60000	0.116e-02	0.898e-04	
	5000	0.370e-02	0.319e-03	
	10000	0.257 e- 02	0.240e-03	$\log w = -5.74830$
$5p {}^{1}P_{1}^{o} - 5d {}^{1}D_{2}$	20000	0.178e-02	0.193 e- 03	
$\lambda = 164.665~\mathrm{nm}$	30000	0.144 e- 02	0.180e-03	$\log A_0 = -3.73134$
	40000	0.125e-02	0.178e-03	$A_1 = -0.50457$
S = 6.98488	50000	0.114e-02	0.183e-03	
	60000	0.107 e- 02	0.191e-03	
	5000	0.380e-02	0.771e-04	
	10000	0.264 e- 02	0.659e-04	$\log w = -5.69040$
$5p {}^{1}D_{2}^{o}$ - $5d {}^{1}D_{2}$	20000	0.183e-02	0.656e-04	
$\lambda = 156.130~\mathrm{nm}$	30000	0.148e-02	0.726e-04	$\log A_0 = -3.67629$
	40000	0.129e-02	0.826e-04	$A_1 = -0.50384$
S = 10.16909	50000	0.117e-02	0.956e-04	
	60000	0.110e-02	0.107 e-03	
	5000	0.511e-02	-0.187e-03	
	10000	0.356e-02	-0.123e-03	$\log w = -5.60700$
$5p {}^{1}F_{3}^{o} - 5d {}^{1}D_{2}$	20000	0.247 e- 02	-0.689e-04	
$\lambda = 164.707 \text{ nm}$	30000	0.200e-02	-0.370e-04	$\log A_0 = -3.58585$
	40000	0.174e-02	-0.110e-04	$A_1 = -0.50565$
S = 1.33129	50000	0.157 e- 02	0.141e-04	
	60000	0.147 e- 02	0.369e-04	

Tabela 10. Nastavak.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.369e-02	-0.126e-04	
	10000	0.257 e- 02	0.261 e- 05	$\log w = -5.64900$
$5p {}^{1}D_{2}^{o}$ - $5d {}^{1}F_{3}$	20000	0.178e-02	0.212e-04	
$\lambda = 146.880 \text{ nm}$	30000	0.144 e- 02	0.366e-04	$\log A_0 = -3.65514$
	40000	0.126e-02	0.523 e- 04	$A_1 = -0.49896$
S = 12.21813	50000	0.115e-02	0.695 e- 04	
	60000	0.108e-02	0.831e-04	
	5000	0.487e-02	-0.254e-03	
	10000	0.339e-02	-0.169e-03	$\log w = -5.57240$
$5p {}^{1}F_{3}^{o}$ - $5d {}^{1}F_{3}$	20000	0.235e-02	-0.101e-03	
$\lambda = 154.446~\mathrm{nm}$	30000	0.191e-02	-0.631e-04	$\log A_0 = -3.57624$
	40000	0.166e-02	-0.327e-04	$A_1 = -0.49961$
S = 7.13994	50000	0.151e-02	-0.428e-05	
	60000	0.141e-02	0.191e-04	
	5000	0.532e-02	-0.496e-03	
	10000	0.371e-02	-0.343e-03	$\log w = -5.52410$
$5p {}^{1}F_{3}^{o}$ - $5d {}^{1}G_{4}$	20000	0.258e-02	-0.226e-03	
$\lambda = 152.837~\mathrm{nm}$	30000	0.209e-02	-0.166e-03	$\log A_0 = -3.51449$
	40000	0.182 e- 02	-0.122e-03	$A_1 = -0.50270$
S = 26.14990	50000	0.165 e- 02	-0.847e-04	
	60000	0.154 e- 02	-0.547e-04	
	5000	0.267 e- 02	0.394e-03	
	10000	0.185e-02	0.296e-03	$\log w = -5.73100$
$5p \ ^{1}P_{1}^{o}$ - $5d \ ^{1}S_{0}$	20000	0.128e-02	0.237 e-03	
$\lambda = 136.955 \ \mathrm{nm}$	30000	0.105 e- 02	0.220e-03	$\log A_0 = -3.86199$
	40000	0.925e-03	0.218e-03	$A_1 = -0.46843$
S = 1.35793	50000	0.861e-03	0.221 e- 03	
	60000	0.825e-03	0.232e-03	

**Tabela 11.** Štarkove širine (FWHM) i pomaci za 53 tripleta za prelaze 4d<sup>9</sup> 5p–4d<sup>9</sup> 5d kod Cd III. Elektronska koncentracija iznosi  $N = 10^{23}$  m<sup>-3</sup>.

Prelaz	$T(\mathbf{K})$	$w \pmod{(\mathrm{nm})}$	$d \pmod{(\mathrm{nm})}$	
	5000	0.249e-02	0.271e-03	
	10000	0.173 e- 02	0.203 e- 03	$\log w = -5.70810$
$5p \ {}^{3}P_{2}^{o}$ - $5d \ {}^{3}D_{1}$	20000	0.120 e- 02	0.162 e- 03	
$\lambda = 129.002~\mathrm{nm}$	30000	0.971e-03	0.150e-03	$\log A_0 = -3.71938$
	40000	0.849e-03	0.147 e- 03	$A_1 = -0.49755$
S = 0.04702	50000	0.776e-03	0.150e-03	
	60000	0.733e-03	0.152 e- 03	
	5000	0.219e-02	0.426e-03	
	10000	0.151e-02	0.316e-03	$\log w = -5.82440$
$5p {}^{3}P_{1}^{o}$ - $5d {}^{3}D_{1}$	20000	0.104 e- 02	0.246e-03	
$\lambda = 137.782 \text{ nm}$	30000	0.848e-03	0.221e-03	$\log A_0 = -3.89198$
	40000	0.745 e- 03	0.211e-03	$A_1 = -0.48410$
S = 0.90499	50000	0.685 e- 03	0.210e-03	
	60000	0.653 e- 03	0.209e-03	

Tabela 11. Nastavak.

Prelaz	$T(\mathbf{K})$	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.214e-02	0.425e-03	
	10000	0.148e-02	0.316e-03	$\log w = -5.87420$
$5p {}^{3}P_{0}^{o} - 5d {}^{3}D_{1}$	20000	0.102 e- 02	0.248e-03	
$\lambda = 144.462 \text{ nm}$	30000	0.827 e-03	0.224 e- 03	$\log A_0 = -3.93176$
	40000	0.728e-03	0.216e-03	$A_1 = -0.48640$
S = 1.42208	50000	0.673e-03	0.216e-03	
	60000	0.645 e- 03	0.216e-03	
	5000	0.248e-02	0.347e-03	
	10000	0.172 e- 02	0.260e-03	$\log w = -5.78810$
$5p {}^{3}F_{2}^{o}$ - $5d {}^{3}D_{1}$	20000	0.119e-02	0.206e-03	
$\lambda = 141.038 \text{ nm}$	30000	0.964 e- 03	0.189e-03	$\log A_0 = -3.81999$
	40000	0.845 e- 03	0.184 e- 03	$A_1 = -0.49258$
S = 0.44929	50000	0.776e-03	0.186e-03	
	60000	0.738e-03	0.189e-03	
	5000	0.317e-02	0.281e-03	
	10000	0.220e-02	0.215e-03	$\log w = -5.78570$
$5p {}^{3}D_{2}^{o}$ - $5d {}^{3}D_{1}$	20000	0.152 e- 02	0.178e-03	
$\lambda = 159.057~\mathrm{nm}$	30000	0.123e-02	0.170e-03	$\log A_0 = -3.81429$
	40000	0.108e-02	0.172 e- 03	$A_1 = -0.49345$
S = 1.44064	50000	0.991e-03	0.181e-03	
	60000	0.942 e- 03	0.189e-03	
	5000	0.281e-02	0.448e-03	
	10000	0.194 e- 02	0.334e-03	$\log w = -5.82880$
$5p {}^{3}D_{1}^{o} - 5d {}^{3}D_{1}$	20000	0.134e-02	0.263e-03	
$\lambda = 156.967 \text{ nm}$	30000	0.109e-02	0.240e-03	$\log A_0 = -3.88244$
	40000	0.955e-03	0.233e-03	$A_1 = -0.48731$
S = 4.15710	50000	0.879e-03	0.235e-03	
	60000	0.839e-03	0.237e-03	
	5000	0.250e-02	0.248e-03	
9 9-	10000	0.174e-02	0.187e-03	$\log w = -5.69760$
$5p {}^{3}P_{2}^{o} - 5d {}^{3}D_{2}$	20000	0.120e-02	0.151e-03	
$\lambda = 127.819 \text{ nm}$	30000	0.978e-03	0.140e-03	$\log A_0 = -3.74328$
	40000	0.856e-03	0.139e-03	$A_1 = -0.48965$
S = 0.65532	50000	0.782e-03	0.143e-03	
	60000	0.739e-03	0.146e-03	
	5000	0.221e-02	0.398e-03	
2	10000	0.153e-02	0.296e-03	$\log w = -5.81010$
$5p {}^{3}P_{1}^{o} - 5d {}^{3}D_{2}$	20000	0.106e-02	0.231e-03	1 4 0.075
$\lambda = 136.433 \text{ nm}$	30000	0.859e-03	0.209e-03	$\log A_0 = -3.85641$
	40000	0.755e-03	0.201e-03	$A_1 = -0.48891$
S = 2.54122	50000	0.695e-03	0.201e-03	
	60000	0.663 e- 03	0.201e-03	
Tabela 11. Nastavak.

Prelaz	$T(\mathbf{K})$	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.265e-02	0.221e-03	
	10000	0.184 e- 02	0.169e-03	$\log w = -5.70040$
$5p {}^{3}F_{3}^{o} - 5d {}^{3}D_{2}$	20000	0.128e-02	0.139e-03	
$\lambda = 131.863 \text{ nm}$	30000	0.104 e- 02	0.132e-03	$\log A_0 = -3.72911$
	40000	0.907 e- 03	0.132e-03	$A_1 = -0.49318$
S = 0.50337	50000	0.830e-03	0.138e-03	
	60000	0.784 e- 03	0.142 e- 03	
	5000	0.250e-02	0.319e-03	
	10000	0.173e-02	0.240e-03	$\log w = -5.77690$
$5p \ {}^{3}F_{2}^{o}$ - $5d \ {}^{3}D_{2}$	20000	0.120e-02	0.192 e- 03	
$\lambda = 139.625 \text{ nm}$	30000	0.974e-03	0.178e-03	$\log A_0 = -3.82098$
	40000	0.854 e- 03	0.174 e-03	$A_1 = -0.48942$
S = 0.07806	50000	0.785e-03	0.178e-03	
	60000	0.746e-03	0.181e-03	
	5000	0.406e-02	0.174e-03	
	10000	0.283e-02	0.134 e- 03	$\log w = -5.59350$
$5p {}^{3}D_{3}^{o} - 5d {}^{3}D_{2}$	20000	0.196e-02	0.115e-03	
$\lambda = 144.598~\mathrm{nm}$	30000	0.159e-02	0.114e-03	$\log A_0 = -3.60519$
	40000	0.139e-02	0.121e-03	$A_1 = -0.49770$
S = 1.08128	50000	0.126e-02	0.132 e- 03	
	60000	0.119e-02	0.143 e- 03	
	5000	0.319e-02	0.248e-03	
	10000	0.221 e- 02	0.192 e- 03	$\log w = -5.77390$
$5p {}^{3}D_{2}^{o} - 5d {}^{3}D_{2}$	20000	0.153 e- 02	0.162 e- 03	
$\lambda = 157.262 \text{ nm}$	30000	0.124 e- 02	0.157 e-03	$\log A_0 = -3.81234$
	40000	0.109e-02	0.161e-03	$A_1 = -0.49091$
S = 6.32330	50000	0.999e-03	0.171e-03	
	60000	0.950e-03	0.180e-03	
	5000	0.283e-02	0.412e-03	
	10000	0.196e-02	0.309e-03	$\log w = -5.81460$
$5p {}^{3}D_{1}^{o} - 5d {}^{3}D_{2}$	20000	0.135e-02	0.245 e- 03	
$\lambda = 155.219 \text{ nm}$	30000	0.110e-02	0.225e-03	$\log A_0 = -3.88294$
	40000	0.966e-03	0.220e-03	$A_1 = -0.48398$
S = 1.31239	50000	0.890e-03	0.224e-03	
	60000	0.849e-03	0.227 e-03	
	5000	0.297 e- 02	0.172 e- 03	
	10000	0.207 e-02	0.132e-03	$\log w = -5.69110$
$5p {}^{3}P_{2}^{o} - 5d {}^{3}D_{3}$	20000	0.143 e- 02	0.110e-03	
$\lambda = 138.363 \text{ nm}$	30000	0.116e-02	0.106e-03	$\log A_0 = -3.68487$
	40000	0.101e-02	0.107 e-03	$A_1 = -0.50227$
S = 6.17343	50000	0.916e-03	0.113e-03	
	60000	0.857 e-03	0.118e-03	

Tabela 11. Nastavak.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.486e-02	0.152 e- 03	
	10000	0.340e-02	0.118e-03	$\log w = -5.54060$
$5p {}^{3}F_{4}^{o} - 5d {}^{3}D_{3}$	20000	0.236e-02	0.101e-03	
$\lambda = 149.128 \text{ nm}$	30000	0.191e-02	0.999e-04	$\log A_0 = -3.51198$
	40000	0.166e-02	0.104 e- 03	$A_1 = -0.50758$
S = 1.34231	50000	0.150e-02	0.113e-03	
	60000	0.139e-02	0.122 e- 03	
	5000	0.317e-02	0.133e-03	
	10000	0.220e-02	0.106e-03	$\log w = -5.69390$
$5p {}^{3}F_{3}^{o} - 5d {}^{3}D_{3}$	20000	0.153 e- 02	0.924e-04	
$\lambda = 143.115 \text{ nm}$	30000	0.124e-02	0.920e-04	$\log A_0 = -3.68202$
	40000	0.108e-02	0.961e-04	$A_1 = -0.50319$
S = 0.10323	50000	0.976e-03	0.104 e- 03	
	60000	0.913e-03	0.111e-03	
	5000	0.302e-02	0.236e-03	
	10000	0.210e-02	0.180e-03	$\log w = -5.76820$
$5p {}^{3}F_{2}^{o} - 5d {}^{3}D_{3}$	20000	0.145 e- 02	0.148e-03	
$\lambda = 152.304 \text{ nm}$	30000	0.118e-02	0.140e-03	$\log A_0 = -3.77257$
	40000	0.102 e- 02	0.140e-03	$A_1 = -0.49968$
S = 0.00351	50000	0.933e-03	0.145 e- 03	
	60000	0.876e-03	0.151e-03	
	5000	0.492e-02	0.534e-04	
	10000	0.343 e- 02	0.472 e- 04	$\log w = -5.58830$
$5p {}^{3}D_{3}^{o} - 5d {}^{3}D_{3}$	20000	0.238e-02	0.506e-04	
$\lambda = 158.240 \text{ nm}$	30000	0.193 e- 02	0.597 e- 04	$\log A_0 = -3.56229$
	40000	0.167 e- 02	0.714e-04	$A_1 = -0.50690$
S = 13.29853	50000	0.151e-02	0.862 e- 04	
	60000	0.141e-02	0.101 e- 03	
	5000	0.395e-02	0.116e-03	
	10000	0.274 e- 02	0.967 e-04	$\log w = -5.76600$
$5p {}^{3}D_{2}^{o} - 5d {}^{3}D_{3}$	20000	0.189e-02	0.920e-04	
$\lambda = 173.533 \text{ nm}$	30000	0.153 e- 02	0.980e-04	$\log A_0 = -3.76635$
	40000	0.134 e- 02	0.108e-03	$A_1 = -0.50059$
S = 2.07152	50000	0.122 e- 02	0.121e-03	
	60000	0.114 e- 02	0.135e-03	
	5000	0.269e-02	0.212e-03	
	10000	0.187 e-02	0.163 e- 03	$\log w = -5.69830$
$5p {}^{3}F_{3}^{o} - 5d {}^{3}F_{2}$	20000	0.129e-02	0.135e-03	-
$\lambda = 132.607 \text{ nm}$	30000	0.105 e- 02	0.128e-03	$\log A_0 = -3.73729$
	40000	0.919e-03	0.129e-03	$A_1 = -0.49121$
S = 0.32804	50000	0.840e-03	0.135e-03	
	60000	0.793 e- 03	0.139e-03	

Tabela 11. Nastavak.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.254e-02	0.311e-03	
	10000	0.176e-02	0.234 e- 03	$\log w = -5.77460$
$5p {}^{3}F_{2}^{o} - 5d {}^{3}F_{2}$	20000	0.122 e- 02	0.188e-03	
$\lambda = 140.459 \text{ nm}$	30000	0.989e-03	0.174e-03	$\log A_0 = -3.80999$
	40000	0.867 e-03	0.171e-03	$A_1 = -0.49160$
S = 3.24390	50000	0.796e-03	0.175e-03	
	60000	0.756e-03	0.178e-03	
	5000	0.412e-02	0.163e-03	
	10000	0.287 e-02	0.127 e- 03	$\log w = -5.59280$
$5p {}^{3}D_{3}^{o}$ - $5d {}^{3}F_{2}$	20000	0.199e-02	0.109e-03	
$\lambda = 145.493 \text{ nm}$	30000	0.162 e- 02	0.109e-03	$\log A_0 = -3.60852$
	40000	0.141e-02	0.116e-03	$A_1 = -0.49674$
S = 0.03661	50000	0.128e-02	0.128e-03	
	60000	0.120e-02	0.139e-03	
	5000	0.324e-02	0.236e-03	
	10000	0.225e-02	0.183e-03	$\log w = -5.77190$
$5p {}^{3}D_{2}^{o}$ - $5d {}^{3}F_{2}$	20000	0.155 e- 02	0.155e-03	
$\lambda = 158.321 \text{ nm}$	30000	0.126e-02	0.151e-03	$\log A_0 = -3.82026$
	40000	0.111e-02	0.156e-03	$A_1 = -0.48892$
S = 1.67123	50000	0.101e-02	0.167 e-03	
	60000	0.964 e- 03	0.176e-03	
	5000	0.288e-02	0.402 e- 03	
	10000	0.200e-02	0.302e-03	$\log w = -5.81160$
$5p {}^{3}D_{1}^{o} - 5d {}^{3}F_{2}$	20000	0.138e-02	0.240e-03	
$\lambda = 156.250 \text{ nm}$	30000	0.112e-02	0.221e-03	$\log A_0 = -3.85712$
	40000	0.982e-03	0.216e-03	$A_1 = -0.48943$
S = 8.67687	50000	0.904 e- 03	0.220e-03	
	60000	0.862e-03	0.224e-03	
	5000	0.416e-02	0.170e-03	
	10000	0.290e-02	0.132e-03	$\log w = -5.52790$
$5p {}^{3}F_{4}^{o} - 5d {}^{3}F_{3}$	20000	0.202e-02	0.113e-03	
$\lambda = 135.726 \text{ nm}$	30000	0.164e-02	0.111e-03	$\log A_0 = -3.53601$
	40000	0.143e-02	0.116e-03	$A_1 = -0.49831$
S = 0.34566	50000	0.130e-02	0.126e-03	
	60000	0.121e-02	0.133e-03	
	5000	0.277e-02	0.152e-03	
	10000	0.192e-02	0.120e-03	$\log w = -5.67440$
$5p {}^{3}F_{3}^{o} - 5d {}^{3}F_{3}$	20000	0.133e-02	0.104 e- 03	
$\lambda = 130.727 \text{ nm}$	30000	0.108e-02	0.103e-03	$\log A_0 = -3.71047$
~	40000	0.948e-03	0.108e-03	$A_1 = -0.49157$
S = 3.11459	50000	0.866e-03	0.116e-03	
	60000	0.818e-03	0.122 e- 03	

Tabela 11. Nastavak.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.264e-02	0.241e-03	
	10000	0.183e-02	0.185e-03	$\log w = -5.74450$
$5p {}^{3}F_{2}^{o} - 5d {}^{3}F_{3}$	20000	0.126e-02	0.153 e- 03	
$\lambda = 138.352 \text{ nm}$	30000	0.103 e- 02	0.145 e- 03	$\log A_0 = -3.81249$
	40000	0.902 e- 03	0.146e-03	$A_1 = -0.48422$
S = 0.36713	50000	0.827 e-03	0.153 e- 03	
	60000	0.786e-03	0.158e-03	
	5000	0.418e-02	0.932e-04	
	10000	0.291e-02	0.770e-04	$\log w = -5.57320$
$5p {}^{3}D_{3}^{o}$ - $5d {}^{3}F_{3}$	20000	0.202 e- 02	0.740e-04	
$\lambda = 143.233 \text{ nm}$	30000	0.164 e- 02	0.804 e- 04	$\log A_0 = -3.58344$
	40000	0.143 e- 02	0.915e-04	$A_1 = -0.49792$
S = 1.16615	50000	0.130e-02	0.106e-03	
	60000	0.122 e- 02	0.119e-03	
	5000	0.335e-02	0.152 e- 03	
	10000	0.233e-02	0.123e-03	$\log w = -5.74190$
$5p {}^{3}D_{2}^{o}$ - $5d {}^{3}F_{3}$	20000	0.161e-02	0.112e-03	
$\lambda = 155.649~\mathrm{nm}$	30000	0.131e-02	0.116e-03	$\log A_0 = -3.79110$
	40000	0.115e-02	0.126e-03	$A_1 = -0.48860$
S = 12.30497	50000	0.105e-02	0.140e-03	
	60000	0.998e-03	0.151e-03	
	5000	0.492 e- 02	0.790e-04	
	10000	0.343e-02	0.661 e- 04	$\log w = -5.52550$
$5p \ {}^{3}F_{4}^{o}$ - $5d \ {}^{3}F_{4}$	20000	0.239e-02	0.640e-04	
$\lambda = 147.195 \text{ nm}$	30000	0.193e-02	0.694 e- 04	$\log A_0 = -3.49370$
	40000	0.168e-02	0.780e-04	$A_1 = -0.50798$
S = 8.30569	50000	0.152 e- 02	0.895e-04	
	60000	0.141e-02	0.998e-04	
	5000	0.325e-02	0.665 e- 04	
0	10000	0.227 e-02	0.580e-04	$\log w = -5.66950$
$5p \ {}^{3}F_{3}^{o}$ - $5d \ {}^{3}F_{4}$	20000	0.157 e- 02	0.584 e- 04	
$\lambda = 141.334 \text{ nm}$	30000	0.127e-02	0.641 e- 04	$\log A_0 = -3.65429$
	40000	0.111e-02	0.718e-04	$A_1 = -0.50439$
S = 0.49105	50000	0.100e-02	0.819e-04	
	60000	0.940e-03	0.907 e-04	
	5000	0.499e-02	-0.253e-04	
9- 0	10000	0.348e-02	-0.883e-05	$\log w = -5.57000$
$5p {}^{3}D_{3}^{o} - 5d {}^{3}F_{4}$	20000	0.241e-02	0.106e-04	
$\lambda = 156.066 \text{ nm}$	30000	0.196e-02	0.267 e- 04	$\log A_0 = -3.56234$
	40000	0.170e-02	0.428e-04	$A_1 = -0.50260$
S = 20.82210	50000	0.154 e- 02	0.606e-04	
	60000	0.143e-02	0.774e-04	

Tabela 11. Nastavak.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.486e-02	0.125e-03	
	10000	0.339e-02	0.992 e- 04	$\log w = -5.53520$
$5p {}^{3}F_{4}^{o}$ - $5d {}^{3}G_{3}$	20000	0.236e-02	0.877 e-04	
$\lambda = 147.975 \text{ nm}$	30000	0.191e-02	0.890e-04	$\log A_0 = -3.50747$
	40000	0.166e-02	0.950e-04	$A_1 = -0.50711$
S = 0.02702	50000	0.150e-02	0.105e-03	
	60000	0.139e-02	0.114e-03	
	5000	0.319e-02	0.109e-03	
	10000	0.222e-02	0.885e-04	$\log w = -5.68350$
$5p {}^{3}F_{3}^{o}$ - $5d {}^{3}G_{3}$	20000	0.154 e- 02	0.803e-04	
$\lambda = 142.053~\mathrm{nm}$	30000	0.124 e- 02	0.821e-04	$\log A_0 = -3.64839$
	40000	0.108e-02	0.875e-04	$A_1 = -0.50890$
S = 1.51152	50000	0.983e-03	0.959e-04	
	60000	0.919e-03	0.104 e- 03	
	5000	0.305e-02	0.208e-03	
	10000	0.212e-02	0.160e-03	$\log w = -5.75720$
5 p ${}^3\mathrm{F}_2^o$ - 5d ${}^3\mathrm{G}_3$	20000	0.146e-02	0.134 e- 03	
$\lambda = 151.101 \text{ nm}$	30000	0.119e-02	0.128e-03	$\log A_0 = -3.77082$
	40000	0.103e-02	0.129e-03	$A_1 = -0.49759$
S = 20.61621	50000	0.942e-03	0.136e-03	
	60000	0.885e-03	0.142 e- 03	
	5000	0.529e-02	-0.260e-05	
	10000	0.369e-02	0.775e-05	$\log w = -5.51540$
$5p \ {}^3\mathrm{F}_4^o$ - $5d \ {}^3\mathrm{G}_4$	20000	0.257 e- 02	0.218e-04	
$\lambda = 150.909~\mathrm{nm}$	30000	0.208e-02	0.344 e- 04	$\log A_0 = -3.47999$
	40000	0.180e-02	0.469e-04	$A_1 = -0.50897$
S = 1.85274	50000	0.163e-02	0.611e-04	
	60000	0.151e-02	0.743e-04	
	5000	0.352e-02	-0.897e-05	
	10000	0.245 e- 02	0.408e-05	$\log w = -5.65710$
$5p \ {}^{3}F_{3}^{o}$ - $5d \ {}^{3}G_{4}$	20000	0.170e-02	0.195e-04	
$\lambda = 144.754 \text{ nm}$	30000	0.138e-02	0.317e-04	$\log A_0 = -3.64248$
	40000	0.120e-02	0.431e-04	$A_1 = -0.50410$
S = 24.80422	50000	0.108e-02	0.556e-04	
	60000	0.101e-02	0.669e-04	
	5000	0.560e-02	-0.140e-03	
	10000	0.391e-02	-0.906e-04	$\log w = -5.49260$
$5p~^{3}F_{4}^{o}$ - $5d~^{3}G_{5}$	20000	0.272 e- 02	-0.489e-04	
$\lambda = 151.312 \text{ nm}$	30000	0.220e-02	-0.241e-04	$\log A_0 = -3.45242$
	40000	0.191e-02	-0.431e-05	$A_1 = -0.51024$
S = 36.62955	50000	0.172 e- 02	0.149e-04	
	60000	0.159e-02	0.319e-04	

Tabela 11. Nastavak.

Prelaz	$T(\mathbf{K})$	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.231e-02	0.447e-03	
	10000	0.160e-02	0.330e-03	$\log w = -5.83940$
$5p {}^{3}P_{1}^{o} - 5d {}^{3}P_{0}$	20000	0.110e-02	0.255e-03	
$\lambda = 144.293 \text{ nm}$	30000	0.895e-03	0.228e-03	$\log A_0 = -3.87686$
	40000	0.783e-03	0.216e-03	$A_1 = -0.49167$
S = 2.02569	50000	0.717e-03	0.213e-03	
	60000	0.680e-03	0.213e-03	
	5000	0.301e-02	0.470e-03	
	10000	0.208e-02	0.350e-03	$\log w = -5.84440$
$5p {}^{3}D_{1}^{o} - 5d {}^{3}P_{0}$	20000	0.143 e- 02	0.274 e- 03	
$\lambda = 165.474 \text{ nm}$	30000	0.116e-02	0.248e-03	$\log A_0 = -3.87663$
	40000	0.102 e- 02	0.239e-03	$A_1 = -0.49284$
S = 0.98672	50000	0.932e-03	0.239e-03	
	60000	0.885 e-03	0.241 e- 03	
	5000	0.255e-02	0.268e-03	
	10000	0.177 e-02	0.201 e- 03	$\log w = -5.71080$
$5p {}^{3}P_{2}^{o} - 5d {}^{3}P_{1}$	20000	0.122 e- 02	0.160e-03	
$\lambda = 130.880 \text{ nm}$	30000	0.994 e- 03	0.148e-03	$\log A_0 = -3.74444$
	40000	0.868e-03	0.145 e- 03	$A_1 = -0.49258$
S = 1.68275	50000	0.792e-03	0.148e-03	
	60000	0.747 e-03	0.150e-03	
	5000	0.224 e- 02	0.427 e- 03	
	10000	0.155 e- 02	0.316e-03	$\log w = -5.82650$
$5p {}^{3}P_{1}^{o} - 5d {}^{3}P_{1}$	20000	0.107 e-02	0.246e-03	
$\lambda = 139.927 \text{ nm}$	30000	0.868e-03	0.220e-03	$\log A_0 = -3.86367$
	40000	0.761e-03	0.211e-03	$A_1 = -0.49138$
S = 1.28173	50000	0.699e-03	0.209e-03	
	60000	0.665e-03	0.208e-03	
	5000	0.219e-02	0.426e-03	
9	10000	0.152e-02	0.317e-03	$\log w = -5.87670$
$5p {}^{3}P_{0}^{o} - 5d {}^{3}P_{1}$	20000	0.104 e- 02	0.247 e-03	
$\lambda = 146.821 \text{ nm}$	30000	0.847e-03	0.224e-03	$\log A_0 = -3.94194$
	40000	0.744e-03	0.215e-03	$A_1 = -0.48515$
S = 2.00058	50000	0.686e-03	0.215e-03	
	60000	0.656e-03	0.215e-03	
	5000	0.326e-02	0.275e-03	_
	10000	0.226e-02	0.211e-03	$\log w = -5.78950$
$5p {}^{3}D_{2}^{o} - 5d {}^{3}P_{1}$	20000	0.156e-02	0.175e-03	1 1 0 0
$\lambda = 161.922 \text{ nm}$	30000	0.127e-02	0.167e-03	$\log A_0 = -3.83417$
	40000	0.111e-02	0.169e-03	$A_1 = -0.48970$
S = 2.00283	50000	0.102e-02	0.178e-03	
	60000	0.965e-03	0.186e-03	

Tabela 11. Nastavak.

Prelaz	T (K)	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.289e-02	0.447e-03	
	10000	0.200e-02	0.334e-03	$\log w = -5.83090$
$5p {}^{3}D_{1}^{o} - 5d {}^{3}P_{1}$	20000	0.138e-02	0.263 e- 03	
$\lambda = 159.756~\mathrm{nm}$	30000	0.112e-02	0.240e-03	$\log A_0 = -3.86700$
	40000	0.980e-03	0.232e-03	$A_1 = -0.49168$
S = 0.64312	50000	0.901e-03	0.234 e- 03	
	60000	0.858e-03	0.236e-03	
	5000	0.300e-02	0.177e-03	
	10000	0.209e-02	0.136e-03	$\log w = -5.69510$
$5p {}^{3}P_{2}^{o} - 5d {}^{3}P_{2}$	20000	0.145 e- 02	0.113e-03	
$\lambda = 139.678~\mathrm{nm}$	30000	0.117e-02	0.108e-03	$\log A_0 = -3.66673$
	40000	0.102 e- 02	0.109e-03	$A_1 = -0.50733$
S = 7.43685	50000	0.924 e- 03	0.114e-03	
	60000	0.864 e- 03	0.120e-03	
	5000	0.269e-02	0.344 e- 03	
	10000	0.187 e-02	0.256e-03	$\log w = -5.80550$
$5p {}^{3}P_{1}^{o} - 5d {}^{3}P_{2}$	20000	0.129e-02	0.202 e- 03	
$\lambda = 150.031 \text{ nm}$	30000	0.104 e- 02	0.183e-03	$\log A_0 = -3.78718$
	40000	0.909e-03	0.177e-03	$A_1 = -0.50508$
S = 3.03267	50000	0.829e-03	0.177e-03	
	60000	0.779e-03	0.180e-03	
	5000	0.499e-02	0.569e-04	
	10000	0.348e-02	0.496e-04	$\log w = -5.59150$
$5p {}^{3}D_{3}^{o} - 5d {}^{3}P_{2}$	20000	0.242e-02	0.522e-04	
$\lambda = 159.963 \text{ nm}$	30000	0.196e-02	0.610e-04	$\log A_0 = -3.56102$
	40000	0.170e-02	0.724e-04	$A_1 = -0.50785$
S = 4.00439	50000	0.153e-02	0.869e-04	
	60000	0.143e-02	0.102e-03	
	5000	0.400e-02	0.122e-03	_
0	10000	0.278e-02	0.101e-03	$\log w = -5.77000$
$5p {}^{3}D_{2}^{o} - 5d {}^{3}P_{2}$	20000	0.192e-02	0.949e-04	
$\lambda = 175.607 \text{ nm}$	30000	0.155e-02	0.100e-03	$\log A_0 = -3.74551$
~	40000	0.135e-02	0.110e-03	$A_1 = -0.50658$
S = 0.88697	50000	0.123e-02	0.123e-03	
	60000	0.115e-02	0.137e-03	
	5000	0.354e-02	0.329e-03	_
	10000	0.246e-02	0.249e-03	$\log w = -5.81050$
$5p {}^{o}D_{1}^{o} - 5d {}^{o}P_{2}$	20000	0.170e-02	0.201e-03	1 4 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0
$\lambda = 173.063 \text{ nm}$	30000	0.137e-02	0.188e-03	$\log A_0 = -3.79463$
	40000	0.120e-02	0.186e-03	$A_1 = -0.50435$
S = 0.05727	50000	0.109e-02	0.190e-03	
	60000	0.103 e- 02	0.198e-03	

<b>Tabela 11.</b> Nastaval	κ.
----------------------------	----

Prelaz	$T(\mathbf{K})$	w (nm)	d (nm)	
	5000	0.323e-02	0.143e-03	
	10000	0.225 e- 02	0.111e-03	$\log w = -5.69320$
$5p \ ^{3}P_{2}^{o}$ - $5d \ ^{3}S_{1}$	20000	0.156e-02	0.945 e- 04	
$\lambda = 144.609 \text{ nm}$	30000	0.126e-02	0.923 e- 04	$\log A_0 = -3.66235$
	40000	0.110e-02	0.947 e- 04	$A_1 = -0.50804$
S = 5.16189	50000	0.991e-03	0.101e-03	
	60000	0.923 e- 03	0.108e-03	
	5000	0.292e-02	0.316e-03	
	10000	0.203 e- 02	0.236e-03	$\log w = -5.80230$
$5p {}^{3}P_{1}^{o}$ - $5d {}^{3}S_{1}$	20000	0.140e-02	0.187 e-03	
$\lambda = 155.734 \text{ nm}$	30000	0.113e-02	0.171e-03	$\log A_0 = -3.77219$
	40000	0.984 e- 03	0.165 e- 03	$A_1 = -0.50804$
S = 3.73338	50000	0.894 e- 03	0.166e-03	
	60000	0.837 e-03	0.171e-03	
	5000	0.291e-02	0.296e-03	
	10000	0.202 e- 02	0.223 e- 03	$\log w = -5.85100$
$5p {}^{3}P_{0}^{o} - 5d {}^{3}S_{1}$	20000	0.139e-02	0.179e-03	
$\lambda = 164.322 \text{ nm}$	30000	0.112e-02	0.166e-03	$\log A_0 = -3.82259$
	40000	0.978e-03	0.163 e- 03	$A_1 = -0.50768$
S = 1.40893	50000	0.891e-03	0.166e-03	
	60000	0.836e-03	0.172 e- 03	

Iz Tabela 8-11 izdvojili smo 6 spektralnih linija koje ćemo analizirati. Kriterijum izbora je bio da su to izolovane i jake linije sa velikim relativnim intenzitetom (Moore 1962, Van Kleef *et al.* 1980). Ove linije mogu biti primećene u spektru zvezda.

U Tabeli 12 dati su osnovni podaci o ovim linijama zajedno sa relativnim intenzitetima koji su uzeti iz radova Moore (1962) i Van Kleef *et al.* (1980). Relativni intenziteti u radu Moore (1962) su dati u jedinicama od 2 do 200 dok su u radu Van Kleef *et al.* (1980) dati u jedinicama od 2 do 100.

**Tabela 12.** Osnovni podaci o 6 izabranih spektralnih linija Cd III. Relativne vrednosti intenziteta su uzete iz rada Moore (1962), odnosno Van Kleef *et al.* (1980).

		Rel. int.	Rel. int.	Broj tabele i strane
Prelaz	$\lambda ~({\rm nm})$	Moore $(1962)$	Van Kleef $et \ al.$ (1980)	u ovom radu
$5p {}^{3}F_{3}^{o} - 5d {}^{3}G_{4}$	144.754	25	95	Tabela 11, str. 68
$5p {}^{1}D_{2}^{o} - 5d {}^{1}D_{2}$	156.130		94	Tabela 10, str. 61
$5s {}^{3}D_{3} - 5p {}^{3}D_{3}^{o}$	160.158	40	94	Tabela 9, str. 60
$5s {}^{1}D_{2} - 5p {}^{1}F_{3}^{o}$	174.768	40	91	Tabela 8, str. 57
$5s {}^{3}D_{2} - 5p {}^{3}F_{3}^{o}$	185.670	200	93	Tabela 9, str. 59
$5s {}^{3}D_{3} - 5p {}^{3}P_{2}^{o}$	187.407	150	93	Tabela 9, str. 58

Na Slici 19 prikazane su Štarkove širine (FWHM) za različite temperature za 6 spektralnih linija iz Tabele 12.



**Slika 19.** Štarkove širine (FWHM) spektralnih linija **a)** 5p  ${}^{3}F_{3}^{o} - 5d {}^{3}G_{4} \lambda = 144.754 \text{ nm, }$ **b)** 5p  ${}^{1}D_{2}^{o} - 5d {}^{1}D_{2} \lambda = 156.130 \text{ nm, }$ **c)** 5s  ${}^{3}D_{3} - 5p {}^{3}D_{3}^{o} \lambda = 160.158 \text{ nm, }$ **d)** 5s  ${}^{1}D_{2}$   $- 5p {}^{1}F_{3}^{o} \lambda = 174.768 \text{ nm, }$ **e)** 5s  ${}^{3}D_{2} - 5p {}^{3}F_{3}^{o} \lambda = 185.670 \text{ nm i }$ **f)** 5s  ${}^{3}D_{3} - 5p {}^{3}P_{2}^{o} \lambda = 187.407 \text{ nm kod Cd III za temperature u intervalu od 5000 K do 60000 K.$ Elektronska koncentracija iznosi  $N = 10^{23} \text{ m}^{-3}$ .

#### 6.3.2 Primena rezultata u astrofizičkim istraživanjima

Spektralne linije Cd III do sada nisu primećene ni u jednom spektru zvezde. Takođe, ove linije nisu primećene u spektru Sunca. Međutim, sa razvojem satelitske astronomije, otkrivaju se i spektralne linije elemenata prisutnih samo u tragovima pa i spektri kao što je spektar Cd III dobijaju astrofizički značaj. Zato smo mi u ovom radu dali Štarkove širine i pomake Cd III. Takođe, ovi podaci biće od interesa ne samo u istraživanju UV spektara zvezda, već i u istraživanju i spektroskopiji laboratorijske plazme.

Pošto smo izabrali 6 astrofizički potencijalno značajnih linija (videti Tabelu 12), interesantno je analizirati uticaj Štarkovog širenja na njih. Kao osnovni model usvojili smo standardni Kurucov ATLAS9 LTE model zvezdane atmosfere (Kurucz 1993) sa parametrima  $T_{eff} = 10000$  K,  $\log g = 4.0$  i  $V_t = 2.0$  km s<sup>-1</sup>. Ovaj model se često koristi pri analizi spektralnih linija kod CP zvezda, zbog toga što dobro opisuje model atmosfere kod uobičajne CP zvezde, odnosno zbog toga što se veliki broj atmosfera CP zvezda, koje sa danas istražuju, može opisati gornjim modelom (videti, na primer, Popović *et al.* 2001).

Na Slici 20 prikazali smo gornji model atmosfere zajedno sa modelom atmosfere  $\chi$ Lupi.



**Slika 20.** Modeli zvezdane atmosfere prema Kurucz (1993) dati kao funkcije temperature T i elektronske koncentracije  $N_e$  u zavisnosti od logaritma optičke dubine log  $\tau$ . Punom linijom je prikazan model za  $T_{eff} = 10000$  K, log g = 4.0 i  $V_t = 2.0$  km s<sup>-1</sup>, dok je isprekidanom linijom prikazan model atmosfere za  $T_{eff} = 10500$  K, log g = 4.0 i  $V_t = 0.0$  km s<sup>-1</sup> ( $\chi$  Lupi).

Kao što vidimo sa Slike 20, model atmosfere za  $T_{eff} = 10000$  K,  $\log g = 4.0$  i  $V_t = 2.0$  km s<sup>-1</sup> se relativno malo razlikuje od modela atmosfere zvezde  $\chi$  Lupi, tako da je upotreba ovog standardnog modela u, na primer, sintezi spektra, opravdana.

Temperatura T i elektronska koncentracija  $N_e$  rastu sa porastom dubine atmosfere. Elektronska koncentracija se može predstaviti skoro kao linearna funkcija logaritma optičke dubine, dok temperatura ima složeniju zavisnost. Funkcija koja opisuje elektronsku koncentraciju ima mali skok za optičku dubinu  $\log \tau \approx -1$ , dok temperatura za nju naglo skače.

Na Slici 21 je prikazano ponašanje Starkove i Doplerove širine za 6 astrofizički značajnih spektralnih linija u zavisnosti od temperature.



Postupak proračuna je dat u glavi 6.2.3.

**Slika 21.** Zavisnost Štarkove širine (FWHM) i Doplerove širine 6 astrofizički značajnih spektralnih linija u zavisnosti od temperature za model zvezdane atmosfere  $T_{eff} = 10000$  K,  $\log g = 4.0$  i  $V_t = 2.0$  km s<sup>-1</sup> (Kurutz 1993) za linije Cd III **a**) 5s  ${}^{3}D_{3} - 5p$   ${}^{3}D_{3}^{o} \lambda = 160.158$  nm, 5p  ${}^{3}F_{3}^{o} - 5d$   ${}^{3}G_{4} \lambda = 144.754$  nm i 5s  ${}^{3}D_{3} - 5p$   ${}^{3}P_{2}^{o} \lambda = 187.407$  nm i **b**) 5s  ${}^{1}D_{2} - 5p$   ${}^{1}F_{3}^{o} \lambda = 174.768$  nm, 5p  ${}^{1}D_{2}^{o} - 5d$   ${}^{1}D_{2} \lambda = 156.130$  nm i 5s  ${}^{3}D_{2} - 5p$   ${}^{3}F_{3}^{o} \lambda = 185.670$  nm. Zavisnost za liniju 5s  ${}^{3}D_{2} - 5p$   ${}^{3}F_{3}^{o} \lambda = 185.670$  nm se poklapa sa 5p  ${}^{1}D_{2}^{o} - 5d$   ${}^{1}D_{2} \lambda = 156.130$  nm, tako da ona nije data.

Sa Slike 21 vidimo da je Štarkovo širenje značajnije nego Doplerovo za temperature  $T \ge 10000$  K. Takođe, Štarkovo širenje naglo raste do  $T \ge 10000$  K, dok posle ove temperature raste mnogo sporije. Doplerova širina linije se relativno malo menja i za iste temperature razlikuje se samo u zavisnosti od talasne dužine spektralne linije (videti jednačinu (1)). Prirodno širenje je relativno malo (reda  $10^{-5}$  nm) u odnosu na Štarkovo i Doplerovo širenje (videti glavu 2.1). Uticaj Štarkovog širenja prema Doplerovom širenju bolje možemo videti sa Slike 22 gde je prikazan odnos ovih širenja u funkciji temperature.



Slika 22. Odnos Štarkove širine (FWHM) i Doplerove širine u zavisnosti od temperature za spektralne linije sa Slike 21.

Na Slici 23 smo prikazali promenu Štarkove i Doplerove širine sa optičkom dubinom  $\log \tau$ , dok smo odnos ovih širina prikazali na Slici 24. Koristili smo, kao i za Sliku 21 i 22, model zvezdane atmosfere prikazan na Slici 20 ( $T_{eff} = 10000$  K,  $\log g = 4.0$  i  $V_t = 2.0$  km s<sup>-1</sup>).



Slika 23. Zavisnost Štarkove širine (FWHM) i Doplerove širine od logaritma optičke dubine  $\log \tau$  za spektralne linije sa Slike 21.



Slika 24. Odnos Štarkove širine (FWHM) i Doplerove širine od logaritma optičke dubine log $\tau$  za spektralne linije sa Slike 21.

Sa Slike 23 vidimo da se Štarkova širina menja sa optičkom dubinom baš kao i elektronska koncentracija (Slika 20) zbog toga što je Štarkova širina spektralne linije linearna funkcija elektronske koncentracije  $N_e$  (jednačina (10)). Doplerova širina se malo menja sa promenom optičke dubine i približno je konstantna u slojevima atmosfere razmatranim na gornjim slikama. Štarkova širina je veća od Doplerove za dublje slojeve atmosfere ( $\log \tau \ge -1$ ).

## 7 Zaključak

Astronomska spektroskopija predstavlja moćno oruđe u proučavanju stukture atmosfera zvezda. Analizom spektra zvezde možemo pored raznih fizičkih parametara dobiti i hemijski sastav atmosfere. Međutim, da bi ovo bilo moguće neophodno je poznavati parametre spektralnih linija koje koristimo u našim analizama. Pošto je širina spektralne linije jedan od osnovnih parametara koji je definiše, njeno poznavanje je od izuzetnog značaja. Postoji nekoliko uzroka širenja spektralnih linija, a jedan od najznačajnijih kod toplih zvezda, predstavlja jednu vrstu širenja usled pritiska - Štarkovo širenje.

U našem radu predstavili smo jedan veoma brz i koristan metod proračunavanja Štarkove širine spektralne linije, modifikovan semiempirijski metod (MSE). Ovaj metod se pokazao kao veoma koristan pri astrofizičkim proračunima, gde je neophodno naći veliki broj Štarkovih parametara. Greška ovog metoda iznosi 50%, što ne predstavlja veliku grešku u astrofizičkim istraživanjima gde su potrebni podaci za veći broj spektralnih linija.

U ovom radu izračunali smo Štarkove širine i pomake za jednom i dva puta naelektrisani jon cirkonijuma (Zr II i Zr III) i za dva puta naelektrisani jon kadmijuma (Cd III) i primenili smo dobijene rezultate na razmatranje spektralnih linija kod toplih zvezda sa anomalnom zastupljenošću hemijskih elemenata (CP zvezde). Ove zvezde su interesantne zbog toga što imaju mnogo veće zastupljenost nekih hemijskih elemenata u njihovim atmosferama nego što je to kod Sunca. Mi smo u našem radu posebnu pažnju obratili na zvezdu  $\chi$  Lupi, koja pripada klasi CP zvezda. Posebna pojava, tzv "cirkonijumski konflikt", nas je zainteresovala da ispitamo profile spektralnih linija Zr II i Zr III. Naime, ovaj konflikt je u razlici zastupljenosti cirkonijuma koja se dobija iz linija Zr II i iz linija Zr III. Naša analiza je pokazala da ukoliko ne uključimo Štarkove širine Zr II i Zr III u proračun hemijske zastupljenosti cirkonijuma, unosimo u rezultate određenu grešku. Međutim, ona ne može dati potpuno objašnjenje "cirkonijumskog konflikta", za koje je verovatno pravi put, da se pri sintezi spektra koristi kompleksna teorija difuzije i ne-LTE modeli zvezda.

Štarkove parametre kod spektralnih linija Cd III smo dobili da bi, baš kao i kod Zr II i Zr III, upotpunili podatke za spektroskopska istraživanja. Takođe smo analizirali ponašanje uticaja Štarkovih širina Cd III u atmosferi jedne standardne CP zvezde za 6 UV spektralnih linija od mogućeg astrofizičkog značaja. Štarkovi parametri za Cd III, dati u ovom radu, do sada nisu objavljivani dok su Štarkovi parametri za Zr II i Zr III objavljeni u radu Popović *et al* (2001).

Naša buduća istraživanja Štarkovog širenja mogu se kretati u tri pravca. Prvi je, poboljšanje MSE da bi se postigla veća tačnost. Drugi pravac predstavlja dobijanje

Štarkovih parametara za što više elemenata u raznim stanjima jonizacije, dok treći pravac predstavlja skupljanje i sistematizaciju ovako dobijenih podataka u bazu podataka svima dostupnu. Treba napomenuti da je na Astronomskoj opservatoriji u Beogradu u toku program za izradu baze podataka, koja će sadržati Štarkove parametre dobijene radom saradnika sa Astronomske opservatorije (videti Popović *et al.* 1999ab, Milovanović *et al.* 2000ab).

# Dodatak

#### D1 Vrednosti fizičkih konstanti

U donjoj tabeli su date vrednosti osnovnih fizičkih konstanti koje se koriste u ovom radu (Mohr & Taylor, 1999, 2000).

veličina oznaka	vrednost
	000 700 450 -1
brzina svetlosti u vakuumu c	299 792 458 ms
Plankova konstanta h	$6.626\ 068\ 76{\cdot}10^{-34}\ \mathrm{Js}$
redukovana Plankova konstanta $\hbar$	$1.054 \ 571 \ 596 \cdot 10^{-34} \ \mathrm{Js}$
elementarno naelektrisanje $e$	$1.602 \ 176 \ 462 \cdot 10^{-19} \ \mathrm{C}$
masa elektrona $m_e$	$9.109~381~88{\cdot}10^{-31}~\mathrm{kg}$
klasični radijus elektrona $r_e$	$2.817 \ 940 \ 285 \cdot 10^{-15} \ \mathrm{m}$
Borov radijus $a_0$	$0.529 \ 177 \ 208 \ 3{\cdot}10^{-10} \ {\rm m}$
Ridbergova energija $R_{\infty}$	$13.605 \ 691 \ 72 \ eV$
Bolcmanova konstanta k	$1.380\ 650\ 3\cdot 10^{-23}\ \mathrm{JK}^{-1}$
Stefan-Bolcmanova konstanta $~~\sigma$	$5.670 \ 4{\cdot}10^{-8} \ \mathrm{Wm^{-2}K^{-4}}$

Energija jonizacije vodonika iznosi  $E_H = 109677.759 \text{ cm}^{-1}$ .

## D2 Faktori konverzije

Neki osnovni energetski ekvivalenti najčešće korišćeni u spektroskopiji su dati u donjoj tabeli.

	J	eV	$\mathrm{m}^{-1}$
1 J=	1	$6.241\ 509\ 74{\cdot}10^{18}$	$5.034 \ 117 \ 62 \cdot 10^{24}$
1  eV =	$1.602 \ 176 \ 462 \cdot 10^{-19}$	1	$8.065 \ 544 \ 77{\cdot}10^5$
$1 \text{ m}^{-1} =$	$1.986 \ 445 \ 44 \cdot 10^{-25}$	$1.239\ 841\ 857{\cdot}10^{-6}$	1

Lista ostalih faktora konverzije je data u skladu sa standardnima u spektroskopiji.

1 Å=
$$10^{-1}$$
 nm= $10^{-8}$  cm= $10^{-10}$  m  
1 cm<sup>-3</sup>= $10^{-6}$  m<sup>-3</sup>  
1 cm<sup>-1</sup>= $10^{-2}$  m<sup>-1</sup>

### D3 Program za proračun Bejts-Damgardovog radijalnog integrala

Program za proračun Bejts-Damgardovog radijalnog integrala (videti glavu 4.2) je rađen prema radovima Bates & Damgaard (1949) i Oertel & Shomo (1967). Program je pisan u standardnom programskom jeziku FORTRAN77 sa dvostrukom tačnošću (DOUBLE PRECISION komanda). Ulazni podaci su efektivni i orbitalni kvantni broj za gornji i donji nivo u prelazu. Izlazni podaci se slažu sa podacima datim u tabelama u radu Oertel & Shomo (1967).

```
с
c Program za proracun Bejts-Damgardovog radijalnog integrala
с
c Ulazni parametri:
c n11,n22 - efektivni kvantni broj
c 111,122 - obritalni kvantni broj
c Izlazni parametar:
c fi - Bejts-Damgardov radijalni integral
с
      double precision fi,n11,n22
      integer
                        111,122
      write(*,*) 'input n1,l1,n2,l2:'
1
      read(*,*) n11,111
      read(*,*) n22,122
      write(*,*) n11,111,n22,122
      write(*,*) 'fi=',fi(n11,l11,n22,l22)
      write(*,*) '
                     ,
      stop
      end
      function fi (n1, 11, n2, 12)
      double precision fi,n1,n2,npom
                        z,11,12,1pom
      integer
      integer
                       kmax,k,k1,k2
      double precision a1(0:100),a2(0:100)
      double precision is, is1, is2, is3
      double precision dgamma,a,gama1,suma
      z=2
      kmax=int(n1+n2-1)
      a1(0)=1.0d0
      a2(0)=1.0d0
      do 1, k=1,kmax
            a1(k)=n1*a1(k-1)/(2*k*z)*(11*(11+1)-(n1-k)*(n1-k+1))
            a2(k)=n2*a2(k-1)/(2*k*z)*(12*(12+1)-(n2-k)*(n2-k+1))
1
      continue
      is1=(2**(n1+n2))*(z**(n1+n2+1))/((n1**(n1+1))*(n2**(n2+1)))
      is2=1.0d0/sqrt(dgamma(n1+11+1)*dgamma(n1-11)*dgamma(n2+12+1)*
     $
        dgamma(n2-12))
      is3=0
      do 2, k1=0,kmax
         suma=0
         do 3, k2=0,kmax-k1
```

80

3

2

```
a=a1(k1)*a2(k2)
        gama1=(n1*n2/(z*(n1+n2)))**(n1+n2-k1-k2+2)*
 $
                    dgamma(n1+n2-k1-k2+2)
        suma=suma+a*gama1
     continue
     is3=is3+suma
  continue
  is=is1*is2*is3
  fi=2*z/(3*n2)/sqrt(abs(n2**2-12**2))*is
  return
  end
  function dgamma (x)
  double precision
                    x,dgamma
                     p(9),q(8),p4(7)
  dimension
  double precision
                     a,b,den,p,p4,q,pi,t,top,big1,
 $
                     xinf,xmin,y,sign,r
  integer
                     i,j
 logical
                     mflag
 data
                     p(1)/-5.966047488753637d01/,
 $
                     p(2)/5.864023793062003d01/,
 $
                     p(3)/-1.364106217165365d03/,
                     p(4)/-8.117569271425580d02/,
 $
 $
                     p(5)/-1.569414683149179d04/,
 $
                     p(6)/-1.525979925758372d04/,
 $
                     p(7)/-7.264059615964330d04/,
 $
                     p(8)/-8.972275718101010d-01/,
                     p(9)/3.349618189847578d00/
 $
                     q(1)/4.103991474182904d02/,
 data
 $
                     q(2)/-2.262590291514875d03/,
 $
                     q(3)/2.494325576714903d03/,
 $
                     q(4)/2.362106244383048d04/,
 $
                     q(5)/-5.741873227396418d04/,
 $
                     q(6)/-7.257239715408240d04/,
 $
                     q(7)/-9.491399521686949d00/,
 $
                     q(8)/-3.255006939455704d01/
  data
                     p4(1)/8.40596949829d-04/,
 $
                     p4(2)/-5.9523334141881d-04/,
 $
                     p4(3)/7.9365078409227d-04/,
 $
                     p4(4)/-2.77777777769526d-03/,
 $
                     p4(5)/8.333333333333333d-02/,
 $
                     p4(6)/9.189385332046727d-01/,
                     p4(7)/-1.7816839846d-03/
 $
 data
                     pi/3.141592653589793d0/
  data
                     xinf/1.7d+38/
  data
                     xmin/5.8775d-39/
                     big1/34.844d0/
  data
  mflag = .false.
  t = x
  if (dabs(t).gt.xmin) go to 5
  dgamma = xinf
  if (t.le.0.0d0) dgamma = -xinf
 go to 9000
5 if (dabs(t).lt.big1) go to 10
```

Nastavak programa

Nastavak programa

```
dgamma = xinf
     go to 9000
  10 if (t.gt.0.0d0) go to 25
    mflag = .true.
     t = -t
     r = dint(t)
     sign = 1.0d0
     if (dmod(t, 2.0d0).eq. 0.0d0) sign = -1.0d0
     r = t-r
     if (r.ne.0.0d0) go to 20
     dgamma = xinf
     if (sign.eq.-1.0d0) dgamma = -xinf
     go to 9000
  20 r = pi/dsin(r*pi)*sign
     t = t+1.0d0
  25 if (t.gt.12.0d0) go to 60
     i = int(t)
     a = 1.0d0
     if (i.gt.2) go to 40
     i = i+1
     go to (30,35,50),i
  30 a = a/(t*(t+1.0d0))
    t = t+2.0d0
     go to 50
  35 a = a/t
     t = t+1.0d0
     go to 50
  40 do 45 j=3,i
       t = t - 1.0d0
        a = a*t
  45 continue
  50 top = p(8)*t+p(9)
     den = t+q(8)
     do 55 j=1,7
        top = top*t+p(j)
        den = den*t+q(j)
 55 continue
     y = (top/den)*a
     if (mflag) y = r/y
     dgamma = y
     go to 9005
 60 \text{ top} = dlog(t)
     top = t*(top-1.0d0)-.5d0*top
     t = 1.0 d0/t
     b = t*t
     a = p4(7)
     do 65 j = 1,5
  65 a = a*b+p4(j)
     y = a*t+p4(6)+top
     y = dexp(y)
     if (mflag) y = r/y
     dgamma = y
     go to 9005
9000 continue
9005 return
     end
```

## Literatura

- Adelman, S.J.: 1994, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., 266, 97.
- Adelman, S.J., Davis Philip, A.G.: 1990, Astron. Astrophys., 238, 111.
- Ali, A.W., Griem, H.R.: 1965, Phys. Review, 140, 1044.
- Ali, A.W., Griem, H.R.: 1966, Phys. Review, 144, 366.
- Allen, C.W., Cox, A.N.: 2000, Astrophysical Quantities, Springer Verlag, Berlin.
- Andernach, H., Hanisch, R.J., Murtagh, F.: 1994, Publ. Astron. Soc. Pacific, 106, 1190.
- Baranger, M.: 1958a, Phys. Review, 111, 481.
- Baranger, M.: 1958b, Phys. Review, 111, 494.
- Baranger, M.: 1958c, Phys. Review, 112, 855.
- Bates, D.R., Damgaard, A.: 1949, Phil. Trans. Roy. Soc., A 242, 101.
- Bely, O., Petrini, D.: 1970, Astron. Astrophys., 6, 318.
- Bethe, H.A.: 1930, Ann. Physik, 5, 325.
- Bidelman, W.P.: 1960, Publ. Astron. Soc. Pacific, 72, 471.
- Bidelman, W.P.: 1962, Sky & Telescope, 23, 140.
- Borsenberger, J., Praderie, F., Michaud, G.: 1979, Astron. Astrophys., 287, 290.
- Brandt, J.C.: 1991, u The First Year of HST Observation, Proceedings of a Workshop, ed. A.L. Kinney, J.C. Blades, Space Telescope Science Institute, Baltiore, Maryland, 106.
- Brandt, J.C., Heap, S.R., Beaver, E.A., Boggess, A., Carpenter, K.G., Ebbets, D.C., Hutchings, J.B., Jura, M., Leckrone, D.S., Linsky, J.L., Maran, S.P., Savage, B.D., Smith, A.M., Trafton, L.M., Walter, F.M., Weymann, R.J., Ake, T.B., Bruhweiler, F., Cardelli, J.A., Lindler, D.J., Malumuth, E., Randall, C.E., Robinson, R., Shore, S.N., Wahlgren, G.: 1994, *Publ. Astron.* Soc. Pacific, **106**, 890.
- Brandt, J.C., Heap, S.R., Beaver, E.A., Boggess, A., Carpenter, K.G., Ebbets, D.C., Hutchings, J.B., Jura, M., Leckrone, D.S., Linsky, J.L., Maran, S.P., Savage, B.D., Smith, A.M., Trafton, L.M., Walter, F.M., Weymann, R.J., Proffitt, C.R., Wahlgren, G., Johansson, S.G., Nilsson, H., Brage, T., Snow, M., Ake, T.B.: 1994, Astron. J., 117, 1505.
- Carson, T.R.: 1988, Astron. Astrophys. Suppl. Series, 72, 531.
- Charro, E., López-Ayuso, J.L., Martin, I.: 1999, J. Phys., B32, 4555.
- Condon, E.U., Odabaşi, H.: 1980, Atomic Structure, Cambridge University Press, Cambridge.
- Condon, E.U., Shortley, G.H.: 1953, *The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Conti, P.S.: 1970, Publ. Astron. Soc. Pacific, 82, 781.

- Cowan, R.D.: 1981, *The Theory of Atomic Structure and Spectra*, University of California Press, Berkeley.
- Cowley, C.R., Aikman, G.C.L.: 1975, Astrophys. J., 196, 521.
- Dekker, E.: 1969, Astron. Astrophys., 1, 72.
- Dimitrijević, M.S.: 1988, Astron. Astrophys. Suppl. Series, 76, 53.
- Dimitrijević, M.S.: 1990, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 39, 1-214.
- Dimitrijević, M.S.: 1991, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 41, 1-129.
- Dimitrijević, M.S.: 1994, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 47, 1-141.
- Dimitrijević, M.S.: 1996, Zh. Prikl. Spektrosk., 63, 810.
- Dimitrijević, M.S.: 1997a, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 58, 1-251.
- Dimitrijević, M.S.: 1997b, Astrophys. Space Sci., 252, 415.
- Dimitrijević, M.S.: 1998, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 62, 1-116.
- Dimitrijević, M.S.: 1999a, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 64, 37.
- Dimitrijević, M.S.: 1999b, Influence of Collisions With Charged Particles on Astrophysical Spectra, u Current Issues of Astronomical and Planetary Environmental Concern, ed. N.K. Spyrou, 5-6 April 1998, Thessaloniki, Hellas, 63.
- Dimitrijević, M.S., Konjević, N.: 1978, JQSRT, 20, 223.
- Dimitrijević, M.S., Konjević, N.: 1980, JQSRT, 24, 451.
- Dimitrijević, M.S., Konjević, N.: 1981, Astron. Astrophys., 102, 93.
- Dimitrijević, M.S., Konjević, N.: 1986, Astron. Astrophys., 165, 269.
- Dimitrijević, M.S., Konjević, N.: 1987, Astron. Astrophys., 173, 345.
- Dimitrijević, M.S., Kršljanin, V.: 1986, Astron. Astrophys., 165, 269.
- Dimitrijević, M.S., Sahal-Bréchot, S.: 1984, JQSRT, 31, 301.
- Dimitrijević, M.S., Feautrier, N., Sahal-Bréshot, S.: 1981, J. Phys., B14, 2559.
- Dimitrijević, M.S., Sahal-Bréchot, S., Bomier, V.: 1991, Astron. Astrophys. Suppl. Series, 89, 581.
- Dworetsky, M.M.: 1972, Publ. Astron. Soc. Pacific, 84, 254.
- Dworetsky, M.M.: 1993, u Peculiar Versus Normal Phenomena in A-Type and Related Stars, ed. Dworetsky, M.M., Castelli, F., Fraggiana, R., ASP Conf. Series, 44, 1.
- Edlén, B.: 1964, Atomic Physics, u Encyclopedia of Physics, 27, Springer Verlag, Berlin, 124.
- Escalante, V., Góngora-T., A.: 1990, Astrophys. J. Suppl. Series, 74, 819.
- Foster, J.S.: 1930, J. Frank. Inst., 209, 585.
- Fullerton, W., Cowley, C.R.: 1970, Astrophys. J., 162, 327.
- Fullerton, W., Cowley, C.R.: 1971, Astrophys. J., 165, 643.
- Goldberg, L.: 1936, Astrophys. J., 64, 11.
- Góngora-T., A., Escalante, V.: 1991, Rev. Mexicana Astron. Astrof., 22, 113.

- Griem, H.R.: 1965, Plasma Spectroscopy, McGraw-Hill, New York.
- Griem, H.R.: 1968, Phys. Review, 165, 258.
- Griem, H.R.: 1974, Spectral Line Broadening by Plasmas, Academic Press, New York and London.
- Griem, H.R.: 1997, Principles of Plasma Spectroscopy, Cambridge University Press, Cambridge.
- Guthrie, B.N.G.: 1984, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., 206, 84.
- Hey, J.D.: 1976a, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 16, 575.
- Hey, J.D.: 1976b, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 17, 729.
- Heacox, W.D.: 1979, Astrophys. J. Suppl. Series, 41, 675.
- Hubeny, I., Lanz, T.: 1995, Astrophys. J., 439, 875.
- Johansson, S., Klaus, G., Brage, T., Leckrone, D.S., Wahlgren, G.M.: 1996, Astrophys. J., 462, 943.
- Keiss, C.C.: 1956, J. Res. Natl. Bur. Std (U.S.), 56, 167.
- Kelleher, D.E., Mohr, P.J., Martin, W.C., Wiese, W.L., Sugar, J., Fuhr, J.R., Olsen, K., Musgrove, A., Reader, J., Sansonetti, C.J., Dalton, G.R.: 1999, u Ultraviolet Atmospheric and Space Remote Sensing: Methods and Instrumentation II, ed. George R. Carruthers, Kenneth F. Dymond, Proc. SPIE, 3818, 170.
- Kolb, A.C., Griem, H.R.: 1958, Phys. Review, 111, 514.
- Konjević, N.: 1999, Phys. Report, 316, 350.
- Konjević, N., Uzelac, N.J.: 1990, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 44, 61.
- Konjević, N., Wiese, W.L.: 1976, J. Phys. Chem. Ref. Data, 5, 259.
- Konjević, N., Dimitrijević, M.S., Wiese, W.L.: 1986, J. Phys. Chem. Ref. Data, 13, 649.
- Kršljanin, V., Dimitrijević, M.S.: 1989, Z. Phys., D14, 273.
- Kršljanin, V.: 1989, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 37, 1-114.
- Kupka, F., Piskunov, N., Ryabchikova, T.A., Stemples, H.C., Weiss, W.W.: 1999, Astron. Astrophys. Suppl. Series, 138, 119.
- Kurucz, R.L.: 1979, Astrophys. J. Suppl. Series, 40, 1.
- Kurucz, R.L.: 1993, u Peculiar Versus Normal Phenomena in A-Type and Related Stars, ed. Dworetsky, M.M., Castelli, F., Fraggiana, R., ASP Conf. Series, 44, 87.
- Kurucz, R.L., Avrett, E.H.: 1981, SAO Spec. Rep., 391.
- Lang, K.R., Wilson R.F.: 1978, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., 183, 5.
- Leckrone, D.S., Wahlgren, G.M., Johansson, S.G., Adelman, S.J.: 1993, u Peculiar Versus Normal Phenomena in A-Type and Related Stars, ed. Dworetsky, M.M., Castelli, F., Fraggiana, R., ASP Conf. Series, 44, 42.
- Leckrone, D.S., Johansson, S., Kalus, G., Wahlgren, G.M., Brage, T., Proffitt, C.R.: 1996, Astrophys. J., 462, 937.
- Leckrone, D.S., Proffitt, C.R., Wahlgren, G.M., Johansson, S.G., Brage, T.: 1999, Astron. J., 117, 1454.

- Leone, F., Manfrè, M.: 1996, Astron. Astrophys., 315, 526.
- Martin, W.C., Wiese, W.L.: 1996, Atomic Spectroscopy, u Atomic, Molecular and Optical Physics Handbook, ed. Drake, G.W.F., AIP Press, Woodbury, NY.
- Mathys, G., Hubrig, S.: 1995, Astron. Astrophys., 293, 810.
- Menzel, D.H., Goldberg, L.: 1936, Astrophys. J., 84, 1.
- Michaud, G.: 1970, Astrophys. J., 160, 641.
- Michaud, G.: 1981, u Upper Main Sequence Chemically Peculiar Stars, ed. P. Renson, University of Liege, Liege, 355.
- Michaud, G.: 1986, u Upper Main Sequence Stars with Anomalous Abundances, I.A.U. Colloq. No. 90, ed. C.R. Cowley, M.M. Dworetski, C. Megessier, Reidel, Dordrecht, 459.
- Michaud, G., Reeves, H., Charland, Y.: 1974, Astron. Astrophys., 37, 313.
- Mihalas, D.: 1978, Stellar Atmospheres, W.H. Freeman and Company, San Francisco.
- Milić, B.S.: 1989, Osnove fizike gasne plazme, Građevinska knjiga, Beograd.
- Milovanović, N.: 2000, Sudarni efekti u zvezdanim atmosferama i kreiranje baze podataka Astronomske opservatorije u Beogradu, pripravnički rad.
- Milovanović, N., Popović, L.Č., Dimitrijević, M.S.: 2000a, Baltic Astronomy, 9, 595.
- Milovanović, N., Popović, L.Č., Dimitrijević, M.S.: 2000b, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 68, 117.
- Milovanović, N., Popović, L.Č., Dimitrijević, M.S., Tankosić, D., Bon, E.: 2000c, u Zbornik radova, 10. Kongres fizičara Jugoslavije, Jugoslovensko društvo fizičara, 675.
- Mohr, P.J., Taylor, B.N.: 1999, J. Phys. Chem. Ref. Data, 28, 1713.
- Mohr, P.J., Taylor, B.N.: 2000, Rev. Mod. Phys., 72, 351.
- Moore, C.E.: 1962, An Ultraviolet Multiplet Table, Section 3, US Department of Commerce, Washington DC, 41.
- Moore, C.E.: 1971, Atomic Energy Levels, NSRDS-NBS 35, 60.
- Oertel, G.K., Shomo, L.P.: 1967, Astrophys. J. Supp. Series, 16, 175,
- Paddock, G.F.: 1910, Lick Obs. Bull., 6, 4.
- Palmeri, P., Quinet, P., Frémat, Y., Wyart, J.-F., Biémont, E.: 2000, Astrophys. J. Supp. Series, 129, 367.
- Piskunov, N.E.: 1992, u *Stellar Magnetism*, eds. Yu.V. Glagolevskij, I.I. Romanyuk, Nauka, St. Petersburg, 92.
- Popović, L.Č.: 1994, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 46, 1-131.
- Popović, L.Č.: 1999, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 64, 79.
- Popović, L.C., Dimitrijević, M.S.: 1996a, Astron. Astrophys. Suppl. Series, 116, 359.
- Popović, L.Č., Dimitrijević, M.S.: 1996b, Astron. Astrophys. Suppl. Series, 120, 373.
- Popović, L.Č., Milovanović, N., Dimitrijević, M.S.: 1999a, J. Res. Phys., 28, 307.
- Popović, L.Č., Milovanović, N., Dimitrijević, M.S.: 1999b, Publ. Astron. Obs. Belgrade, 65, 225.

- Popović, L.Č., Milovanović, N., Dimitrijević, M.S.: 2000, Baltic Astronomy, 9, 656.
- Popović, L.Č., Milovanović, N., Dimitrijević, M.S.: 2001, Astron. Astrophys., 365, 656.
- Popović, L.C., Simić, S., Milovanović, N., Dimitrijević, M.S.: 2001, Astrophys. J., 135, 109.
- Preston, W.G.: 1974, Annual Review Astron. Astrophys., 12, 257.
- Racah, G.: 1943, Phys. Review, 68, 367.
- Reader, J., Acquista, N.: 1997, Phys. Scr., 55, 310.
- Redfors, A.: 1991, Astron. Astrophys., 249, 589.
- Rohrlich, F.: 1959, Astrophys. J., 129, 441.
- Russell, H.N.: 1936, Astrophys. J., 83, 129.
- Russell, H.N., Saunders, F.A.: 1925, Astrophys. J., 61, 38.
- Ryabchikova, T.A., Piskunov, N.E., Stemples, H.C., Kupka, F., Weiss, W.W.: 1999, *Phys. Scr.*, 83, 162
- Sahal-Bréchot, S.: 1969a, Astron. Astrophys., 1, 91.
- Sahal-Bréchot, S.: 1969b, Astron. Astrophys., 2, 322.
- Sikstöm, C.M., Lundberg, H., Wahlgren, G.M.: 1999, Astron. Astrophys., 343, 297.
- Shenstone, A.G., Pittenger, J.T.: 1949, J. Opt. Soc. Am., 39, 219.
- Shore, B.W., Menzel, D.H.: 1965, Astrophys. J. Suppl. Series, 12, 187.
- Shore, B.W., Menzel, D.H.: 1968, Principles of Atomic Spectra, John Wiley and Sons, New York.
- Sobelman, I.I.: 1996, Atomic Spectra and Radiative Transitions, Springer-Verlag, Berlin.
- Takada-Hidai, M.: 1991, u Evolution of Stars: The Photometric Abundance Connection, eds. G. Michaud, A. Tutukov, IAU Symp. No. 145, 137.
- Thorne, A.P.: 1974, Spectrophysics, Chapman and Hall & Science Paperbacks, London.
- Tutukov, A.V.: 1991, u Evolution of Stars: The Photometric Abundance Connection, eds. G. Michaud, A. Tutukov, IAU Symp. No. 145, 351.
- Unsöld, A.: 1968, Physik der Sternatmosphären, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Van Kleef, Th.A.M., Joshi, Y.N., Uijlings, P.: 1980, Phys. Scr., 22, 353.
- Van Regemorter, H.: 1962, Astrophys. J., 136, 906.
- Vince, I., Dimitrijević, M.S.: 1985, Publ. Obs. Astron. de Belgrade, 33, 15.
- Warner, B.: 1968, Mon. Not. Roy. Astr. Soc., 139, 273.
- Wahlgren, G.M., Adelman, S.J., Robinson, R.D.: 1994, Astrophys. J., 434, 349.
- Wiese, W.L.: 1965, Line Broadening, u Plasma Diagnostic Techniques, eds. R.H. Huddlestone, S.L. Leonard, Academic Press, New York, 265.
- Wiese, W.L., Konjević, N.: 1982, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 28, 185.
- Wiese, W.L., Konjević, N.: 1992, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, 47, 185.